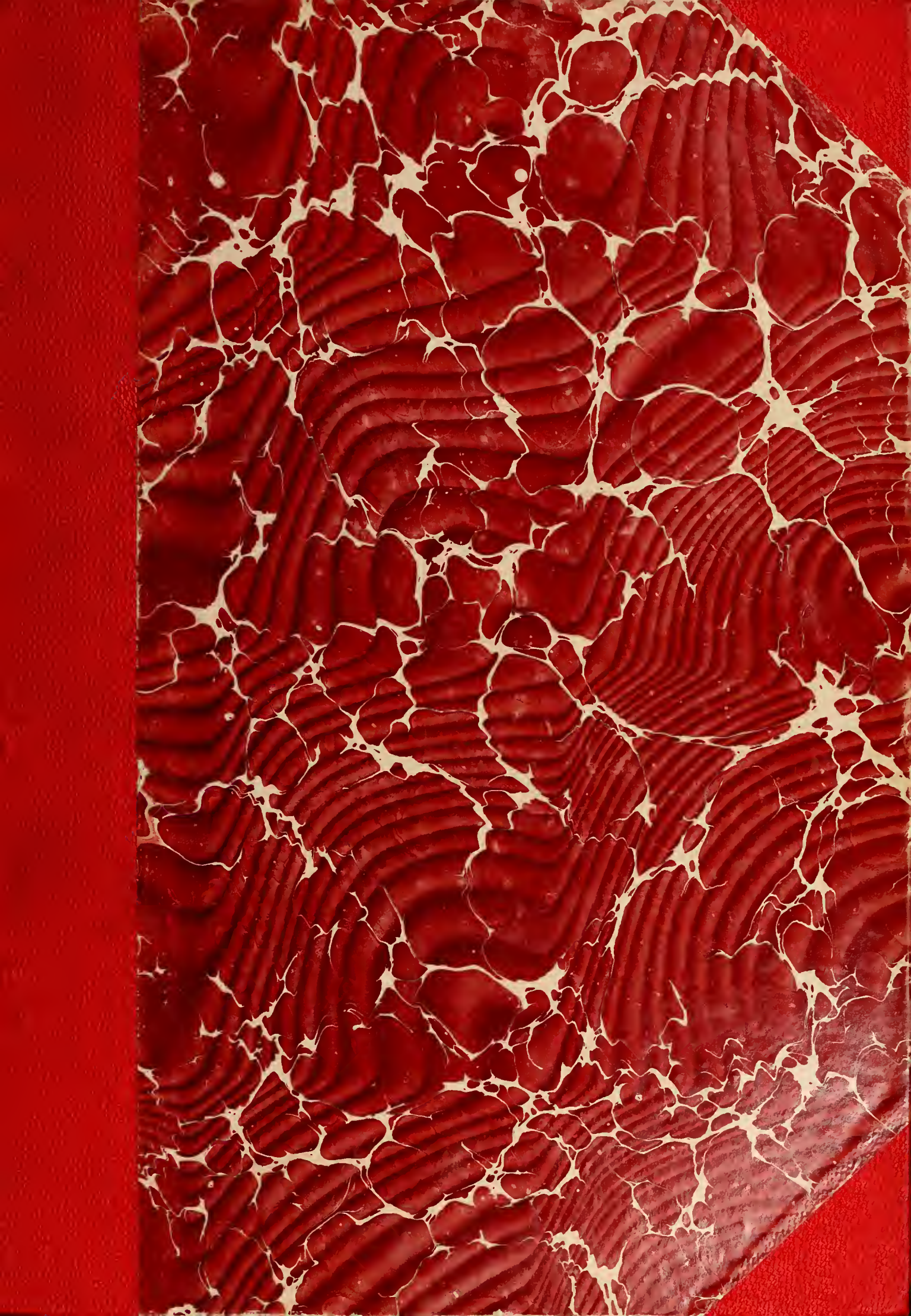


ACA
0112

HARVARD UNIVERSITY.

LIBRARY

OF THE

MUSEUM OF COMPARATIVE ZOÖLOGY.

182

Exchange

April 23, 1888.

182
Apr. 23. 1888.

MEMORIAS

DE LA

REAL ACADEMIA DE CIENCIAS

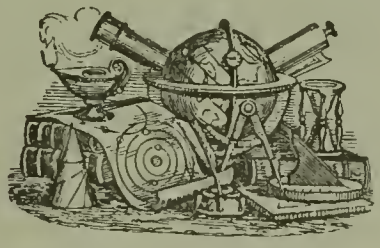
EXACTAS, FÍSICAS Y NATURALES

DE

MADRID

TOMO XII.

ESTUDIO ELEMENTAL TEÓRICO-PRÁCTICO DE LAS MÁQUINAS DINAMO ELÉCTRICAS.



MADRID
IMPRENTA DE LA VIUDA É HIJO DE DON EUSEBIO AGUADO
calle de Pontejos, 8

1887

MEMORIAS

DE LA

REAL ACADEMIA DE CIENCIAS

EXACTAS

FÍSICAS Y NATURALES

Tomo XII

ESTUDIO ELEMENTAL TEÓRICO-PRÁCTICO DE LAS MÁQUINAS DINAMO-ELÉCTRICAS

MEMORIA PREMIADA

POR LA

REAL ACADEMIA DE CIENCIAS

EXACTAS, FÍSICAS Y NATURALES

EN EL CONCURSO PÚBLICO DE 1886

ESCRITA POR

DON FRANCISCO DE P. ROJAS Y CABALLERO INFANTE

Ingeniero industrial, Catedrático de la Escuela de ingenieros industriales de Barcelona, etc.

LEMA: *Ampère y Faraday.*

MADRID.—1887
IMPRENTA DE LOS SRES. VIUDA É HIJO DE AGUADO
8, PONTEJOS, 8

INTRODUCCIÓN.

Idea del nuevo sistema coordenado de unidades, llamado centimetro-gramo-segundo.

El estudio de la Naturaleza nos ofrece multitud de cantidades de especies diferentes, que nos conviene medir.

Para medir ó expresar una cantidad cualquiera, es preciso elegir y fijar una determinada cantidad de la misma especie, que se llama *unidad*.

Habrá, pues, tantas unidades de medida diferentes, como cantidades de diferente especie haya que medir.

El valor numérico de una cantidad es la relación entre ella y su unidad de medida, ó sea el cociente de dividir la primera por la segunda.

El tamaño de cada unidad de medida puede elegirse arbitrariamente. Así se ha hecho en las ciencias frecuentemente hasta hace pocos años, arrostrando el inconveniente de complicar las fórmulas con coeficientes arbitrarios, y el de que unidades que debieran aparecer relacionadas, y derivadas unas de otras, en virtud de las mismas fórmulas que la ciencia ofrecía, apareciesen como completamente desligadas.

Con el nuevo sistema de unidades desaparecerá esa especie de anarquía científica, y los resultados obtenidos por todos los obreros de la ciencia serán inmediatamente comparables.

LAS TRES UNIDADES FUNDAMENTALES.

El espacio en su más simple acepción, ó *la longitud*, *el tiempo*, y *la masa* de los cuerpos, son los tres conceptos de que arranca el nuevo sistema de unidades científicas.

La longitud, *la masa* y *el tiempo* son tres cantidades, con cuyas unidades, una vez fijadas, se pueden deducir, bajo un plan coordenado, todas las demás unidades.

UNIDADES fundamentales

Para unidad de longitud se ha adoptado el CENTÍMETRO.
Para unidad de masa, LA MASA DE UN CENTÍMETRO CÚBICO DE AGUA DESTILADA, Á LOS CUATRO GRADOS CENTÍGRADOS DE TEMPERATURA.
Para unidad de tiempo, EL SEGUNDO.

Todas las demás unidades se compondrán de dos ó de las tres unidades citadas, que por esto se llaman *fundamentales*. Estas dan su nombre al sistema, que se llama CENTÍMETRO-GRAMO-SEGUNDO, ó para abreviar, SISTEMA C. G. S. Las unidades que se derivan de las tres fundamentales se llaman *compuestas ó derivadas*.

Se ha elegido el concepto de masa, y no el de peso, porque el peso varía de un punto á otro de la Tierra y la masa no. Conviene que las unidades fundamentales sean inmutables.

Las tres unidades fundamentales adoptadas se designan así:

La unidad de longitud, ó el centímetro, por la letra *L*.

La unidad de tiempo, ó el segundo, por la letra *T*.

La unidad de masa, por la letra *M*.

Las unidades compuestas ó derivadas se designan añadiendo á la palabra *unidad*, la indicación C. G. S.

Unidades geométricas derivadas.

Elegido el centímetro por unidad de longitud, fácil es ver la conveniencia de adoptar por unidad superficial el centímetro cuadrado.

Supongamos que, adoptado el centímetro lineal, hubiéramos elegido *arbitrariamente* la unidad superficial, adoptando, por ejemplo, una superficie que tuviese 7 milímetros cuadrados. Admitido esto,

¿cuál sería la superficie de un centímetro cuadrado, expresada en esas unidades superficiales arbitrarias?

$$\text{Sería } \frac{100}{7} \textit{ unidades superficiales arbitrarias.}$$

¿Cuál sería, en la misma hipótesis, la superficie de un cuadrado que tuviese 3 centímetros de lado?

$$\text{Sería } \frac{100}{7} \times 3^2 \textit{ unidades superficiales arbitrarias.}$$

¿Cuál sería la superficie del cuadrado que tuviese n centímetros de lado?

$$\text{Sería } \frac{100}{7} \times n^2 \textit{ unidades superficiales arbitrarias.}$$

La consecuencia sería arrastrar siempre el coeficiente arbitrario

$$\frac{100}{7}:$$

coeficiente, en general, que además de incómodo, se haría insoportable, cuando tomase un carácter variable, si cada sabio eligiese una unidad superficial distinta.

Lo más sencillo y lo más científico es elegir de tal modo la unidad superficial, que el coeficiente arbitrario valga 1, ó, lo que es lo mismo, que no haya ningún coeficiente de ese género. Para ello, se toma por unidad superficial el centímetro cuadrado; y entonces, en los tres casos anteriores, las superficies de aquellos cuadrados serían

$$1^2,\ 3^2,\ n^2 \text{ unidades superficiales.}$$

Ponemos este caso como ejemplo, porque es el más sencillo de todos.

Si se quiere ver de otro modo la razón de esa simplificación, raciocinemos de la manera siguiente:

La Geometría nos enseña que, tratándose de unidades arbitrarias, el área s de un cuadrado, cuyo lado supuesto variable es n, es proporcional á n^2, lo cual nos dá el derecho de escribir,

$$s = K\, n^2, \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (a)$$

ecuación en la cual, K es un número, un coeficiente cuyo valor depende de la unidad de longitud y de la unidad de superficie que se adopten.

Pero, si adoptamos por unidad superficial el área del cuadrado, cuyo lado sea la unidad adoptada para medir longitudes, el coeficiente K valdrá la unidad, y entonces tendremos derecho á escribir,

$$s = n^2.$$

Porque, en efecto, si en la ecuación *(a)* suponemos que n vale un centímetro, y adoptamos por unidad superficial el centímetro cuadrado, entonces s valdrá la unidad superficial, y la ecuación *(a)*, en ese caso, se convertirá en esta:

$$K = 1.$$

En el sistema C. G. S., tendremos, pues

Unidad superficial. = un centímetro cuadrado. $= L^2$ ..... (1)

Por análogo orden de ideas tendríamos:

Unidad de volumen. = un centímetro cúbico. $= L^3$ ..... (2)

Unidades mecánicas derivadas.

UNIDAD DE VELOCIDAD.

Si un cuerpo, que se mueve con movimiento uniforme, recorre una longitud l en un tiempo t, la velocidad v de ese cuerpo será

$$v = \frac{l}{t} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (b)$$

(Si hubiéramos elegido arbitrariamente la unidad para expresar l, t y v, hubiéramos tenido que poner $v = K\frac{l}{t}$; mas, por un razonamiento análogo al anterior, hubiéramos visto que podemos hacer que K valga 1, eligiendo convenientemente las unidades.)

Si en la fórmula *(b)*, l valiese un centímetro, ó sea L, y t valiese un segundo, ó sea T, tendríamos que v valdría 1. Se toma, pues, por unidad de velocidad, la velocidad que tiene un móvil que corre un centímetro en cada segundo. Tendremos, pues:

$$\textit{Unidad de velocidad.} = \frac{L}{T} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (3)$$

ECUACIÓN DE LAS DIMENSIONES DE UNA UNIDAD.

Con los ejemplos dados podremos comprender, antes de pasar adelante, lo que se entiende por ecuación de las dimensiones de una unidad en el sistema C. G. S. que exponemos. Así se llaman las ecuaciones simbólicas (1), (2) y (3). Ellas ponen de manifiesto cómo están compuestas las unidades derivadas por medio de las tres fundamentales, dejando en apariencia estas tres, y mostrando cómo entran, haciendo ya el papel de factores, ya el de divisores.

La principal ventaja práctica que traen esas ecuaciones simbólicas, es la de indicarnos la relación que hay entre una unidad cualquiera del sistema C. G. S. y la correspondiente de otro sistema.

Un ejemplo:

Supongamos un sistema coordenado que parte de estas unidades fundamentales.

Unidad de longitud = 1 metro = l.

Unidad de tiempo = 1 minuto = m.

Unidad de masa = M ó sea la del sistema C. G. S.

Se pregunta: ¿qué relación hay entre la unidad v de velocidad en ese sistema y la unidad V de velocidad en el sistema C. G. S?

En la ecuación de las dimensiones de la unidad de velocidad, ecuación que es,

$$V = \frac{L}{T}$$

pondremos en vez de L y de T sus valores, sacados de estas relaciones:

$$l = 100\ L$$
$$m = 60\ T$$

y resultará

$$V = \frac{60}{100} \times \frac{l}{m}$$

Pero como v, unidad de velocidad en el nuevo sistema, es lo mismo que $\frac{l}{m}$ (según la ecuación de las dimensiones), resultará

$$V = \frac{60}{100}\ v:$$

ó bien

$$V = \frac{3}{5} v.$$

UNIDAD DE ACELERACIÓN.

Cuando un cuerpo parte del reposo, y toma un movimiento uniformemente acelerado, la velocidad v que tiene al cabo del tiempo t será

$$v = j\ t:$$

ecuación en la cual j, ó sea la relación entre v y t, se llama aceleración.

$$j = \frac{v}{t} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (c)$$

Si v valiese la unidad de velocidad en el sistema C. G. S., y t valiese un segundo, ó sea T, j valdría 1; esto es, valdría la unidad de

aceleración en el sistema C. G. S. Se toma, pues, por unidad de aceleración, la aceleración que tiene un móvil cuya velocidad se acrece un centímetro cada segundo.

Para hallar la ecuación de las dimensiones de la unidad de aceleración recurriremos á la ecuación *(c)*. En ella pondremos en vez de v la unidad de velocidad en el sistema, que es

$$\frac{L}{T}$$

y en vez de t la unidad de tiempo en el sistema, que es T, y entonces resultará:

$$\textit{Unidad de aceleración} = \frac{L}{T^2} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (4)$$

UNIDAD DE FUERZA Ó DÍNA.=SU RELACIÓN CON EL GRAMO.

La expresión de una fuerza f, que comunica á una masa m una aceleración j, es

$$f = mj \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (d)$$

Si m valiese 1, ó sea M, y j valiese la unidad de aceleración, ya fijada, entonces la fuerza f valdría 1, ó lo que es lo mismo, ese valor particular de f sería la unidad de fuerza en el sistema C. G. S.

Se toma por unidad de fuerza aquella fuerza que comunica á la masa de un gramo una aceleración de un centímetro.

La expresión *(d)* nos conducirá á la ecuación de las dimensiones de la unidad de fuerza: bastará poner en ella, en vez de m, la unidad M, y en vez de j la unidad de aceleración, ya deducida, y resultará

$$\textit{Unidad de fuerza} = \frac{ML}{T^2} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (5)$$

Esta unidad de fuerza ha recibido el nombre de DÍNA.

Hallemos la relación entre la dína y el gramo.

La fórmula *(d)* nos dice que la fuerza con que la Tierra atrae la masa de un gramo (fuerza que es el peso de un gramo) tiene por expresión

$$Gramo = masa\ del\ gramo \times 981\ centímetros,$$

siempre que tomemos el centímetro por unidad de longitud. Y como

$$Dína = masa\ del\ gramo \times 1\ centímetro,$$

resulta que

$$Gramo = 981\ dínas.$$

UNIDAD DE TRABAJO Ó DE ENERGÍA.

Si representamos por f una fuerza, por c el camino que hace recorrer á su punto de aplicación, en la misma dirección de la fuerza, y por t el trabajo hecho por la fuerza, tendremos:

$$t = f\,c \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (e)$$

(No ponemos el coeficiente arbitrario k ni en esta fórmula ni en las demás, porque ya sabemos que siempre podemos reducirlo á valer 1, y que esto es lo mejor).

Si en la fórmula (e) ponemos en vez de c la unidad de longitud, y si la fuerza f valiese la unidad de fuerza, todo ello en el sistema *C. G. S.*, entonces t valdría la unidad *C. G. S.* de trabajo.

Se toma, pues, por unidad de trabajo el trabajo que hace una dína cuando hace correr á su punto de aplicación un centímetro.

Para hallar la ecuación de las dimensiones de la unidad de trabajo nos valdremos de la fórmula (e) en la cual pondremos

$$f = \mid 1 \mid = \frac{M\,L}{T^2}$$

$$c = 1 = L$$

Y resultará

$$\textit{Unidad de trabajo ó de energía} = \frac{M\,L^2}{T^2} \ldots\ldots\ldots \quad (6)$$

La unidad de trabajo se llama *erg*.

RELACIÓN ENTRE EL ERG Y EL KILOGRÁMETRO.

Hemos visto que un gramo tiene 981 dínas; luego un kilogramo tiene 981.000 dínas. El trabajo llamado kilográmetro es, pues, el que hace una fuerza de 981000 dínas cuando el camino corrido es un metro, ó sea 100 centímetros. Este trabajo será 981000×100 dínas-centímetros $= 981\,00000$. Luego,

$$1\ \textit{kilográmetro} = 98100000\ \textit{ergs}.$$

UNIDAD DE CALOR.

El calor es energía: en el sistema *C. G. S.* la unidad de calor es el erg.

Mas fuera de este sistema se emplea corrientemente la *caloría*, como unidad de calor. La caloría es la cantidad de calor que exige un kilogramo de agua, tomada á cero grados centígrados para calentarse hasta 1 grado. La caloría equivale á 424 kilográmetros.

$$1\ \textit{caloría} = 424 \times 98100000\ \textit{ergs}.$$

Tambien se usa otra caloría, 1000 veces más pequeña que la anterior, porque se refiere á un gramo de agua en vez de referirse al kilogramo.

Esta se designa con el nombre de caloría *(gramo-grado)* y la anterior con el de caloría *(kilog. grado)*.

UNIDAD DE POTENCIA.

La *potencia* de un motor es el trabajo que puede darnos en la unidad de tiempo, de un modo continuado. Si p es la potencia, z el trabajo, y t el tiempo en que z se produce, tendremos:

$$p = \frac{z}{t} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (f)$$

En el caso particular en que z sea la unidad *C. G. S.* de trabajo (el erg), y en que t sea la unidad *C. G. S.* de tiempo (el segundo), p valdrá 1 ó sea la unidad *C. G. S.* de potencia. La unidad de potencia es un erg. cada segundo.

Para hallar las dimensiones de esa unidad recurriremos á la fórmula (f), haciendo

$$z = 1 = \frac{M L^2}{T^2}$$

$$t = 1 = T$$

Y resultará

$$\text{Unidad de potencia} = \frac{M L^2}{T^3} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (7)$$

Unidades magnéticas derivadas.

UNIDAD DE MAGNETISMO Ó UNIDAD DE POLO.

Las palabras *magnetismo*, *electricidad*, cuando expresan *cantidades*, tienen en Física análoga significación á la de *masa* en Mecánica.

Nadie tiene idea clara de lo que es, en sí misma, una masa de magnetismo, una masa eléctrica; pero lo mismo pasa con la masa de los cuerpos, por más que á primera vista parezca otra cosa. Somos incapaces de conocer y medir esas cantidades por sí mismas, y solamente las medimos por la comparación de los efectos que producen colocadas en idénticas condiciones.

Dos cantidades de magnetismo m y m' (ó dos polos magnéticos) puestos á una distancia d uno de otro, se atraen ó se repelen con una fuerza f, cuya expresión es (haciendo $k=1$),

$$f=\frac{m\,m'}{d^2}$$

Si suponemos que m y m' son iguales, tendremos:

$$m^2=d^2\,f$$

ó bien

$$m=d\,f^{\frac{1}{2}} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (g)$$

Si suponemos el caso particular en que f es la unidad *C. G. S.* de fuerza, y d la unidad *C. G. S.* de longitud, m será la unidad *C. G. S.* de magnetismo. Se toma, pues, por unidad de magnetismo aquella cantidad de magnetismo que, colocada á un centímetro de otra igual, la repele ó la atrae con la fuerza de una dína.

Para hallar la ecuación de las dimensiones de la unidad de magnetismo haremos en (g)

$$f=1=\frac{M\,L}{T^2}$$

$$d=1=L$$

$$\textit{Unidad de magnetismo ó de polo}=\frac{M^{\frac{1}{2}}\,L^{\frac{3}{2}}}{T} \ldots\ldots\ldots \quad (8)$$

UNIDAD DE INTENSIDAD DE CAMPO MAGNÉTICO.

La intensidad C de un campo magnético, en un punto de éste, es la relación que hay entre la fuerza f que solicita á la cantidad m de magnetismo colocada en aquel punto, y esta misma cantidad m. Es decir, que

$$C=\frac{f}{m} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (h)$$

Si consideramos el caso particular en que m es la unidad *C. G. S.* de magnetismo, y f la unidad *C. G. S.* de fuerza, entonces C valdrá 1; esto es, será la unidad *C. G. S.* de intensidad de campo. Se toma, pues, por unidad de intensidad de campo en un punto de éste, la intensidad que tiene cuando la unidad de magnetismo, allí colocada, está solicitada por la fuerza de una dína. Para hallar la ecuación de las dimensiones haremos en (h)

$$f = 1 = \frac{M\,L}{T^2}$$

$$m = 1 = \frac{M^{\frac{1}{2}}\,L^{\frac{3}{2}}}{T}$$

y resultará

$$\textit{Unidad de intensidad de campo magnético} = \frac{M^{\frac{1}{2}}}{L^{\frac{1}{2}}\,T} \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (9)$$

Unidades eléctricas derivadas (llamadas electro-magnéticas).

UNIDAD DE INTENSIDAD DE CORRIENTE, Ó SIMPLEMENTE DE CORRIENTE.

Si tenemos un alambre de longitud l, y lo encorvamos en arco de círculo cuyo radio sea r, y por él circula una corriente de intensidad i, y en el centro del círculo ponemos una cantidad m de magnetismo, esta masa magnética m, ó este polo, estará solicitado por una fuerza que vale

$$f = \frac{m\,i\,l}{r^2}$$

ó bien

$$i = \frac{f\,r^2}{m\,l} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (i)$$

(No ponemos el coeficiente k por la misma razón ya manifestada.)

Si esa fórmula la aplicamos al caso particular de que l valga la unidad *C. G. S.* de longitud, m la unidad *C. G. S.* de magnetismo, f la unidad *C. G. S.* de fuerza, y r la unidad *C. G. S.* de longitud,

resultará que entonces i será la unidad *C. G. S.* de intensidad de corriente. Luego en el sistema *C. G. S.* se toma por unidad de intensidad de corriente, la intensidad de la corriente que, circulando por un hilo de un centímetro de largo, arrollado en arco de círculo de un centímetro de radio, empuje con la fuerza de una dína, á la unidad de magnetismo colocada en el centro de dicho círculo.

La ecuación (i) nos dará las dimensiones de esta unidad, haciendo en ella

$$f = 1 = \frac{M\,L}{T^2}$$

$$r = 1 = L$$

$$l = 1 = L$$

$$m = 1 = \frac{M^{\frac{1}{2}}\,L^{\frac{3}{2}}}{T}$$

Y resultará

$$\text{Unidad de intensidad de corriente} = \frac{M^{\frac{1}{2}}\,L^{\frac{1}{2}}}{T} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (10)$$

UNIDAD DE CANTIDAD DE ELECTRICIDAD.

Si por un hilo circula una corriente eléctrica cuya intensidad constante es i, durante un tiempo t, la cantidad q de electricidad viene dada por la expresión

$$q = i\,t \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (j)$$

(No ponemos el coeficiente k, porque elegimos, como siempre, las unidades de modo que valga 1.)

Si consideramos el caso particular en que t valga un segundo, é i la unidad *C. G. S.* de corriente, antes definida, resultará que q valdrá la unidad de cantidad de electricidad, ó simplemente la unidad de electricidad en el sistema *C. G. S.* Se toma, pues, por unidad de electricidad, la cantidad de electricidad que pasa en un segundo por un conductor por donde circula una corriente cuya intensidad sea la unidad.

La ecuación (j) nos dará las dimensiones de esta unidad, haciendo en ella,

$$i=1=\frac{M^{\frac{1}{2}}\ L^{\frac{1}{2}}}{T}$$

$$t=1=\ T$$

Y resultará

$$\text{Unidad de cantidad de electricidad}=M^{\frac{1}{2}}\ L^{\frac{1}{2}} \ldots\ldots\ldots\ (11)$$

UNIDAD DE RESISTENCIA ELÉCTRICA.

Si por un hilo, cuya resistencia eléctrica llamaremos r, está pasando una corriente de intensidad i, durante un tiempo t, la cantidad z de calor que en el hilo se produce tiene por expresión (poniendo desde luego $k=1$)

$$z=r\ i^2\ t$$

De donde,

$$r=\frac{z}{i^2\ t} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ (k)$$

Si consideramos el caso particular en que i sea la unidad *C. G. S.* de corriente, t la unidad *C. G. S.* de tiempo ó un segundo, z la la unidad *C. G. S.* de calor (el erg), entonces el valor correspondiente de r será la unidad de resistencia eléctrica en el sistema *C. G. S.* Se toma, pues, por unidad de resistencia la que tiene un conductor, cuando la unidad de corriente produce en él la unidad de calor, durante la unidad de tiempo.

La ecuación (k) nos dará las dimensiones de la unidad de resistencia, sin más que hacer en ella

$$z=1=\frac{M\ L^2}{T^2}$$

$$i=1=\frac{M^{\frac{1}{2}}\ L^{\frac{1}{2}}}{T}$$

$$t=1=\ T$$

Así resultará

$$\textit{Unidad de resistencia} = \frac{L}{T} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (12)$$

UNIDAD DE FUERZA ELECTROMOTRIZ Y TAMBIÉN DE POTENCIAL ELÉCTRICO.

La fuerza electromotriz, y también una diferencia de potenciales, son las causas, mediata aquélla, inmediata ésta, del movimiento eléctrico que se llama corriente. La fórmula de Ohm establece una relación entre la resistencia r de un circuito, la intensidad i de la corriente que por él circula, y la fuerza electromotriz e generadora de la corriente.

$$e = r\,i \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (l)$$

En el caso particular en que i sea la unidad C. G. S. de corriente, y r la unidad C. G. S. de resistencia, e será la unidad C. G. S. de fuerza electromotriz, ó de diferencia de potenciales. Se toma, pues, por unidad de fuerza electromotriz, y también de potencial, la fuerza electromotriz ó la diferencia de los potenciales, que origina una corriente cuya intensidad es la unidad, en un conductor cuya resistencia es la unidad.

La ecuación *(l)* nos dará las dimensiones de esta unidad haciendo en ella,

$$r = 1 = \frac{\mathrm{L}}{T}$$

$$i = 1 = \frac{M^{\frac{1}{2}}\,L^{\frac{1}{2}}}{T}$$

Y se obtendrá

$$\textit{Unidad de fuerza electromotriz} = \frac{M^{\frac{1}{2}}\,L^{\frac{3}{2}}}{T^2} \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (13)$$

UNIDAD DE CAPACIDAD.

Del mismo modo que la cantidad ó peso de gas que cabe en una vasija es proporcional al volumen ó capacidad de la vasija y á la presión del gas, sucede que la cantidad q de electricidad que tiene un conductor es proporcional á un factor c, que depende solamente de la forma y dimensiones del conductor, factor que se llama *capacidad*, y del potencial de dicho conductor, ó del potencial e del manantial eléctrico que lo carga.

De modo que tendremos

$$q = c\,e$$

O bien

$$c = \frac{q}{e} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (m)$$

Si consideramos el caso particular en que q valga la unidad de electricidad en el sistema C. G. S., y e valga la unidad de potencial en dicho sistema, entonces c será la unidad C. G. S. de capacidad. Se toma, por tanto, por unidad de capacidad, la capacidad que tiene un cuerpo, cuando, bajo la unidad de potencial, toma la unidad de electricidad.

La ecuación de las dimensiones de esta unidad se obtiene por medio de la relación *(m)*, haciendo en ella,

$$q = 1 = M^{\frac{1}{2}}\ L^{\frac{1}{2}}$$

$$e = 1 = \frac{M^{\frac{1}{2}}\ L^{\frac{3}{2}}}{T^2}$$

Y resultará

$$\textit{Unidad de capacidad} = \frac{T^2}{L} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (14)$$

EL NOMBRE DE UNIDADES ELECTROMAGNÉTICAS.

Las cinco unidades C. G. S. que acabamos de definir, no se llaman simplemente *eléctricas*, sino electro-magnéticas. La razón de esto estriba en la primera ecuación

$$f = \frac{mil}{r^2} \quad \text{(pág. XVI)} \ldots\ldots \quad (i)$$

que nos ha servido para definir la unidad de corriente, cuyo valor ha entrado luego en la definición de las unidades siguientes. Pues bien: esa ecuación *(i)* ha sido elegida porque relaciona inmediatamente la cantidad de magnetismo m, con la intensidad de corriente i, esto es, cantidades magnéticas con eléctricas.

Pero claro es que pudo partirse de una relación de la electrostática, ó de una de la electrodinámica, creando así un sistema de unidades C. G. S. *electrostáticas*, ó un sistema de unidades C. G. S. *electro-dinámicas*. Estos sistemas son menos convenientes que el de unidades electro-magnéticas. Así es que este último es el que ha prevalecido, y por tanto, el único que conviene conocer.

CAPÍTULO PRIMERO

FUNDAMENTOS FÍSICOS DE LAS MÁQUINAS DINAMO-ELÉCTRICAS

I

Definiciones preliminares.

1. Unidad de magnetismo ó unidad de polo magnético. Unidad de campo magnético.

Empezaremos por apuntar brevísimamente algunas definiciones de las unidades magnéticas y eléctricas *prácticas*, solamente con el objeto de que puedan leer esta Memoria sin tropiezos aun aquellas personas que no han seguido los progresos de la ciencia en los últimos 15 años.

Partiendo de tres unidades fundamentales, que son, como unidad de tiempo el segundo, como unidad de masa la de un centímetro cúbico de agua destilada á los cuatro grados de temperatura, y como unidad de longitud el centímetro, se ha establecido un sistema de medidas altamente científico y cómodo, denominado *centímetro-gramo-segundo*, ó, para abreviar, sistema *C. G. S.*

De esas unidades fundamentales se derivan todas las unidades de medidas compuestas, ya sean geométricas, físicas, mecánicas, etc.

El sistema derivado de esas unidades fundamentales, definitivamente elegido para medir cantidades eléctricas, es el que se llama

electro-magnético. Las unidades electro-magnéticas derivadas del sistema *C. G. S.* aunque usadas siempre en todas las investigaciones científicas, son demasiado pequeñas ó demasiado grandes para las grandes aplicaciones industriales de la electricidad, y, como era natural, se han buscado los múltiplos ó sub-múltiplos más convenientes de aquellas unidades electro-magnéticas, los cuales han recibido el nombre de *unidades prácticas*.

En el sistema electro-magnético *C. G. S.* se ha convenido en tomar por unidad de magnetismo, ó unidad de polo, aquella cantidad de magnetismo que, puesta á la distancia de un centímetro de otra igual, la rechaza ó repele con la fuerza de una *dína:* fuerza que equivale, próximamente, á $\frac{1}{980}$ gramos, ó casi á un milígramo.

Si colocada la unidad de magnetismo, ó el polo-unidad, en la cercanía de un imán, esta unidad se encuentra solicitada por una atracción ó repulsión de valor de una *dína*, diremos que el campo magnético en aquel punto tiene por intensidad la *unidad de campo;* si la fuerza fuese de dos dínas, la intensidad del campo magnético sería de dos unidades de campo; etc.

2. Unidad práctica de intensidad de campo, ó unidad de campo magnético, adoptada en esta Memoria.

La unidad de campo antes definida es demasiado pequeña para usarla en las medidas y cálculos de las máquinas dinamo-eléctricas. En los talleres empieza á generalizarse el uso de una *unidad práctica de campo* que equivale á 10.000 de las anteriormente definidas. Esta unidad práctica de campo, que se aviene muy bien con las unidades eléctricas prácticas, y con el kilogramo, no ha recibido nombre alguno especial hasta ahora.

3. Unidad práctica de intensidad de corriente.

Si tomamos un hilo metálico de un centímetro de largo, lo arrollamos en arco de círculo de un centímetro de radio, y en su centro ponemos la unidad de polo magnético, y hacemos pasar una corriente por ese hilo, la corriente tendrá por intensidad la unidad, cuando solicite á la unidad de polo con la fuerza de una

dína, Tal es la unidad de corriente * en el sistema electro-magnético *C. G. S.*

La *unidad práctica* de corriente vale la décima parte de aquella, y se llama *ampere.*

4. Unidad práctica de cantidad de electricidad.

Es la cantidad de electricidad que pasa en un segundo de tiempo por una sección cualquiera de un conductor recorrido por un ampere.

Se llama *coulomb.*

5. Unidad práctica de potencia eléctrica.

Se llama *watt* y también *amper-volt:* su valor es $\frac{1}{9,8}$ kilográmetros por segundo. En la práctica industrial, podemos tomar, cuando se trate de cálculos por aproximación, en vez de la fracción $\frac{1}{9,8}$, la fracción $\frac{1}{10}$.

Entonces diremos que un watt es 0,1 kilográmetro por segundo.

6. Unidad práctica de potencial eléctrico.

Una vez roto el equilibrio eléctrico natural en un conductor, una vez que se produce en él el desconocido movimiento eléctrico que se llama corriente, su propagación rapidísima, de un punto á otro del conductor, es originada por una diferencia en el estado eléctrico de esos dos puntos. Esa diferencia se llama *diferencia de potenciales* entre los dos puntos: la corriente tiende siempre á igualar los potenciales de ambos puntos, marchando del que tiene más alto potencial al que lo tiene menor.

Se toma como cero potencial el que tiene la Tierra, del mismo modo que se toma como cero de temperatura, la temperatura de la nieve fundente, ó el nivel del mar para medir alturas. Dada esta convención, habrá potenciales negativos y positivos.

---

* En vez de decir «unidad de intensidad de corriente» muchas veces decimos, como los ingleses, «unidad de corriente». En vez de decir «la intensidad de la corriente, se dice simplemente «la corriente».

Para medir la diferencia de potenciales entre dos puntos de un conductor por donde circula una corriente eléctrica, se toma por unidad práctica la que existe entre dichos puntos, cuando un coulomb, pasando espontáneamente del uno al otro, produce un trabajo de 0,1 kilográmetros.

Esta unidad de potencial se llama *volt*.

También puede definirse el *volt* diciendo que es la diferencia de potenciales que hay entre dos puntos de un conductor por donde circula una corriente de un ampere, cuando la energía producida entre esos dos puntos es de un *watt*, ó sea de una décima de kilográmetro por segundo.

7. Fuerza electromotriz.

Es la causa que, obrando sobre un conductor neutro ó natural, rompe su equilibrio eléctrico, originando un nuevo estado eléctrico, ó una diferencia de potenciales, ó una corriente, si el conductor forma un circuíto cerrado. Cuando, por ser abierto el circuíto, se establece y se sostiene constante la diferencia de potenciales, esta, que es un efecto, mide la causa, puesto que se equilibra con ella. La fuerza electromotriz se mide, pues, por volts, como las diferencias de potenciales.

8. Unidad práctica de resistencia eléctrica.

Joule demostró experimentalmente que la energía eléctrica que se transforma en calor, en cada segundo, en un conductor prismático, inerte, por donde circula una corriente de I amperes, está expresada por

$$RI^2 \text{ watts} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (a)$$

donde R es un número que depende de la longitud, del área de la sección transversal, y de la naturaleza del conductor. Este factor R es lo que se llama *resistencia eléctrica* del conductor.

Se toma por unidad práctica de resistencia eléctrica la que tiene un conductor inerte, esto es, que no sea residencia de una fuerza electromotriz, cuando, al ser recorrido por un ampere, se produce en

cada segundo una cantidad de calor equivalente á una décima de kilográmetro, ó sea una cantidad de calor de

$$\frac{1}{424\times 10} \text{ calorías.}$$

Esta unidad de resistencia se llama *ohm*.

Un prisma de cobre, de un metro de largo y de un metro cuadrado de sección transversal, tiene una resistencia que designaremos siempre por la letra ρ, y que vale

$$\rho = 0{,}000\,000\,02 \text{ ohms}$$

Este número se llama resistencia específica del cobre.

Como la resistencia eléctrica de un prisma es proporcional á la longitud de éste, y en razón inversa de la sección, resulta que la resistencia de un hilo ó alambre de cobre, de L metros de largo y de s metros cuadrados de sección, será

$$r = \frac{0{,}000\,000\,02\ L}{s} \text{ ohms} \ldots\ldots\ldots \quad (b)$$

La resistencia específica de un cuerpo varía algo con la temperatura, unas veces aumentando con ésta, como pasa á los metales, y otras disminuyendo, como sucede con el carbón. La resistencia específica varía muchísimo de un cuerpo á otro: la del hierro es siete veces mayor que la del cobre. Un hilo de cobre de 50 metros de largo y un milímetro cuadrado de sección tiene la resistencia de un ohm.

9. Actividad ó potencia de una corriente eléctrica.

Es el trabajo que por segundo produce una corriente eléctrica, bajo cualquiera forma que ese trabajo se presente: calor, trabajo mecánico, energía potencial, trabajo químico.

Según la definición que hemos dado de la unidad volt, cuando entre dos puntos de un conductor hay una diferencia (E volts) de potenciales, y pasan del uno al otro I coulombs, el trabajo total he-

cho por la corriente entre esos dos puntos, durante el tiempo que dure el experimento, será

$$E\,I \text{ décimas de kilográmetro}$$

ó bien

$$\frac{E\,I}{10} \text{ kilográmetros.}$$

Si la corriente es de I ampéres, esto es, si pasan I coulombs cada segundo, la *potencia eléctrica* será

$$\text{Potencia eléctrica entre los dos puntos} = E\,I \text{ watts} \ldots\ldots (c)$$

Si suponemos uno mismo el conductor á que se refieren las expresiones (a) y (c), podremos escribir

$$R\,I^2 = EI$$

ó bien

$$I = \frac{E}{R}$$

que es la fórmula de Ohm.

Las expresiones (a) y (c), pueden afectar una tercera forma que conviene conocer: poniendo en (a), en vez de I su valor $\frac{E}{R}$, tendremos otra expresión igual á la (a) y á la c, que será

$$\frac{E^2}{R}$$

Podemos, pues, expresar, bajo tres formas distintas, la energía en ese conductor, cualquiera que sea la forma que tiene la energía eléctrica gastada por segundo:

$$RI^2 = EI = \frac{E^2}{R}$$

Estas tres expresiones de la energía eléctrica por segundo, se pueden generalizar á todo el circuito, representando entonces E la suma algebraica de todas las fuerzas electro-motrices, y R la suma de todas las resistencias.

Concluiremos estas ligerísimas indicaciones, recordando que,

El Ohm es la resistencia que opone á la corriente un prisma de mercurio de 106 centímetros de largo y un milímetro cuadrado de sección, ó bien un hilo de cobre de 50 métros de largo y un milímetro cuadrado de sección.

El Coulomb es la cantidad de electricidad que, atravesando bajo la forma de corriente eléctrica la disolución de una sal de cobre, precipita 0,00034 gramos de cobre.

El Ampére es la intensidad de una corriente, que, atravesando la disolución salina anterior, precipita en *cada segundo* 0,00034 gramos de cobre.

El Volt es, groseramente, la fuerza electromotriz de un elemento voltáico de Daniell, ó la diferencia de potenciales, que, en circuíto abierto, presentan los polos de dicho elemento.

II

Del campo magnético.

10. Campo magnético es todo espacio en el cual, un polo magnético aislado, allí colocado por hipótesis, y completamente libre, se pondría en movimiento. Claro es que este polo ideal, reducido á un punto, no puede realizarse, ni es posible que haya un imán con un solo polo.

Todo imán establece á su alrededor un campo magnético. Toda corriente eléctrica, esto es, todo conductor ó hilo metálico por donde circule una corriente, establece también en derredor suyo un campo magnético, idéntico *en la esencia* al anterior, y que algunas veces se llama galvánico tan solo para indicar su origen.

11. Líneas de fuerza.

Podemos imaginar el campo magnético como cruzado por infinitas é invisibles líneas, que nos representen lo que podríamos llamar la *estructura del éter* * que hay en dicho campo.

---

* Únicamente para que se comprenda el sentido que damos á muchas palabras, y nuestro modo de ver en un asunto en que no caben sino hipótesis, hemos de entrar en aclaraciones extensas.

En todos los cuerpos existen unas pequeñísimas partes, independientes en cierto modo unas de otras, cuyos movimientos caracterizan el calor que tienen esos cuerpos: *á estas partículas* nos referimos siempre, sin preocuparnos para nada de si son ó no agregados de otras más pequeñas: no se extrañe, pues, que usemos indistintamente la palabra «moléculas» ó «átomos».

Formémonos una idea de la estructura de los cuerpos.

Consideremos un gas perfecto encerrado en su vasija. Imposible es que una molécula de ese gas, á pesar de su inmensa velocidad (1500 metros por segundo

Cada línea de fuerza puede representar á nuestra imaginación una modificación especial que á lo largo de ella sufren los *movimientos naturales* ó normales de los átomos etéreos: esta modificación de los movimientos naturales de los átomos etéreos cesa cuando cesa la virtud magnética del imán ó de la corriente que la sostenía.

---

para el hidrógeno), describa allí un camino apreciable sin chocar con otras, elásticas como ella, y moviéndose con igual velocidad. Esta velocidad molecular es la misma con que el gas se precipitaría al vacío: es independiente de la presión de la vasija: no depende más que de la temperatura del gas, *para un gas determinado*.

Parece que una molécula de gas, en esas condiciones, merced á los choques oblícuos, podría considerarse como obligada á girar, *en un momento dado*, dentro de una esfera formada en aquel instante, como superficie resistente, por todas las que la rodean. Podría tal vez admitirse que esa molécula de masa m, moviéndose con la gran velocidad v sobre la superficie esférica de radio r formada por las próximas en aquel instante, oprime á dicha superficie, tendiendo á agrandarla con una fuerza que podríamos expresar por $K \frac{m v^2}{r}$, siendo K un coeficiente constante. Esta presión centrífuga referida á la superficie de la esferilla, valdría

$$\frac{K m v^2}{4 \pi r^3} = K' \frac{m v^2}{r^3}$$

que sería la expresión de la tensión, ó presión, ó fuerza elástica del gas por unidad superficial, en cualquier punto de la masa, prescindiendo de la gravedad. Esa fórmula de la tensión, explicaría las leyes de Mariotte, de Gay-Lnssac y de Dulong, si no nos equivocamos.

En efecto, dice que la tensión es inversamente proporcional á r^3, ó sea al volumen de la esferilla, ó sea el volumen del gas, bajo la misma masa.

En un gas *determinado*, puede demostrarse que v^2 es proporcional sensiblemente á la temperatura *absoluta* del gas; y como la tensión es (según la fórmula) proporcional á v^2, (cuando no cambia r), resulta que la tensión es proporcional á la temperatura absoluta del gas: ó, si suponemos constante la presión, que r^3 es proporcional á v^2: ó bien el volumen del gas proporcional á la temperatura absoluta, que es la ley de Gay Lussac.

Si tomamos iguales volúmenes de dos gases simples á igual presión é igual temperatura, y admitimos, como se admite hoy, que hay igual número de moléculas en ambos gases, tendremos por ser iguales las tensiones,

$$\frac{K m v^2}{r^3} = \frac{K m' v'^2}{r'^3}$$

Esta virtud magnética, considerada en el imán mismo, no será otra cosa que una modificación de las órbitas de los átomos del acero producida en la imanación: es posible que solamente consista en la reducción de esas órbitas al paralelismo.

Se llama *línea de fuerza* de un campo magnético, á la que des-

---

La igualdad del número de átomos exige que

$$r^3 = r'^3$$

Luego,

$$m\,v^2 = m'\,v'^2$$

Prescindiendo de los cambios de estado. $m\,v^2$ es la fuerza viva total que, á partir del cero absoluto, ha recibido y conserva un átomo del primer gas para llegar á su actual temperatura [1]: $m'\,v'^2$ es lo mismo para el otro: luego ambos átomos tienen igual capacidad calorífica ó calor específico.

Por supuesto que cuanto hemos dicho acerca de las órbitas circulares de los átomos del gas, y acerca de las esferillas, sería en todo caso aplicable solamente en un instante dado, porque no es posible que un átomo de gas no rompa esa cárcel esférica que le hemos imaginado; y la prueba de que la rompe es el fenómeno de la difusión, en virtud del cual, aunque con lentitud, los átomos ó moléculas se trasladan en la masa gaseosa de un punto á otro.

Es evidente (dada la hipótesis), que si á cada átomo ó molécula de gas le obligan las que le rodean á describir órbitas atómicas circulares (ó poligonales de grandísimo número de lados), la vasija inextensible es la que en definitiva las obliga á todas. Si diésemos salida al gas en el espacio etéreo, fuera de la influencia de todo astro, las moléculas escaparían con la velocidad r, cuyo cuadrado caracteriza la temperatura, y correrían en línea recta.

No admitiendo nosotros, ó por mejor decir, no concibiendo las acciones á distancia, tenemos por única causa de toda atracción y de toda repulsión, y aun de todo fenómeno mecánico, físico, químico, ese dificilísimo conflicto que se llama *choque*, sea que éste se verifique entre cuerpos, ó entre las moléculas ó átomos, etéreos ó no etéreos.

Nuestras ideas nos conducen á admitir que los átomos de los cuerpos sólidos describen curvas ú órbitas cerradas como en los gases; pero, al revés de lo que pasa en estos, en los sólidos tienen un carácter de permanencia dichas órbitas. Estas pueden agrandarse por un aumento de temperatura (dilatación), ó sea por un aumento en la velocidad del átomo, y pueden deformarse por consecuencia de los esfuerzos mecánicos á que el cuerpo sólido se sujete: pero siempre con un admirable carácter de elasticidad, á la manera de un alambre de acero que de-

---

[1] Lo mismo da decir la fuerza viva total $m\,v^2$ que decir la cantidad total de calor; puesto que esta forma de la fuerza viva, este modo de movimiento, es el calor.

cribiría un polo ideal puesto en el campo. Claro está que por cada punto del campo pasa una línea de fuerza, lo cual prueba que, como *tales líneas,* no existen las líneas de fuerza, á pesar de los espectros ó fantasmas magnéticos que parece que las muestran á los ojos: no tienen ni más ni menos realidad que la que tienen las verticales en

---

formamos ligeramente con la mano, y que por sí mismo vuelve á su forma primera en cuanto se abandona.

Tratándose de un gas, comprendimos la causa que obliga á sus átomos á describir *curvas* atómicas sin necesidad de recurrir al éter [1]. En los sólidos es preciso hacer intervenir los átomos etéreos interiores y los del éter exterior. Hemos de advertir que la atmósfera etérea que rodea cada átomo del cuerpo sólido hace con este átomo análogo papel al que hacían con cada átomo de gas todos los átomos de gas que lo rodeaban. ¿Quién sostiene, se dirá, en sus órbitas *curvas* especiales, á esos átomos etéreos interiores al sólido? ¿Por qué no escapan en línea recta, teniendo como tienen pasmosas velocidades? Pues los átomos etéreos exteriores al sólido que á su vez describen órbitas especiales *curvas;* y á estos los contiene el éter del universo entero. Y en último límite, ¿quién contiene la presión etérea del universo? ¿dónde está la vasija inextensible que antes nos contenía al gas, y que necesitamos ahora para el universo todo? Última pregunta es esta que quedará eternamente sin respuesta, porque equivale á esta: ¿dónde están y qué son los límites del universo? O bien á esta otra: ¿qué se hace la energía calorífica y luminosa que radian los astros? ¿adónde vá á parar?

Expuestas estas ideas, podemos explicar lo que ha de entenderse cuando digamos *estructura* íntima de un cuerpo ó de un medio, sea ó no etéreo: *es todo aquello que caracteriza en circunstancias determinadas los movimientos atómicos del cuerpo ó del medio,* como son la forma y dimensiones de las órbitas atómicas, y las orientaciones de estas, la velocidad de los átomos, etc.

De la relación íntima que hemos visto que existe entre los movimientos atómicos de todos los cuerpos y los del éter que existe dentro y fuera de éstos, resulta que no es posible que se modifique *la estructura* de un sólido sin que por el hecho mismo se modifique también la estructura del éter interno y externo. Si el Sol parece que atrae á los planetas según cierta ley, es porque la estructura del Sol modifica á su alrededor la estructura que el éter tendría, á no existir el Sol; y los planetas, por su parte, hacen lo mismo. Si Dios hiciese surgir de la nada dos nuevos astros en la inmensidad del espacio etéreo, estos astros modificarían con su propia estructura la del éter que los rodease, y esta modificación se propagaría con una velocidad muy grande, mas no infinita, de suerte que los astros no se atraerían hasta pasado cierto tiempo de su creación, tiempo función de la distancia.

---

[1] En rigor no es nulo el papel del éter en los gases, y por eso no pueden ser exactas las leyes de Mariotte, de Gay-Lussac y de Dulong.

el campo gravitatorio terrestre. Los espectros magnéticos señalan á los ojos las líneas de fuerza magnética, como la plomada señala las líneas de fuerza de la gravedad, ó del campo gravitatorio terrestre.

Sin embargo, nosotros aceptamos las líneas de fuerza como un felicísimo medio de representación gráfica de un campo magnético,

---

Volviendo á la vasija en que teníamos encerrado el gas, diremos que su estructura, al parecer homogénea, no lo es: las moléculas ó átomos que ocupan la parte inferior tendrán órbitas de radio algo menor que las de arriba: lo mismo pasa en toda la atmósfera: las moléculas de gas de los límites de la atmósfera tienen sus órbitas tan degeneradas que son precisamente parábolas, por no encontrar allí la molécula el freno del choque con las inmediatas: allí se convierten en asteróides, cayendo nuevamente sobre las de abajo, bajo la sola influencia ya de la estructura etérea, ó digamos de la gravedad. Escapada una molécula de gas al choque de las demás, no le queda otro camino que recorrer la parábola, para volver á caer. Tal es la estructura del límite de nuestra atmósfera.

Toda acción á distancia entre dos cuerpos proviene de la especial estructura del éter que los rodea, y es en último término la resultante de infinitos choques continuos de infinitos átomos. Puede decirse que en esa acción, por humilde que sea, toman parte, aunque en inapreciables proporciones, todos los astros, todo el éter, el universo entero.

Toda estructura puede *deformarse*, esto es, puede modificarse, ya sea por el cambio de forma de las órbitas atómicas, ó el cambio de dimensiones, ó de posiciones relativas, ó de velocidad de los átomos, etc.

Esta deformación significa algo como una nueva estructura superpuesta á la anterior, pero de tal modo coexistiendo, que se observarán los fenómenos correspondientes á la una y á la otra. Una barra de acero se calienta: su estructura se ha modificado: sus órbitas se agrandan: radia más calor que antes, luego modifica la estructura del éter que la rodea: la retorcemos, nueva modificación interna y externa: el trabajo que hemos gastado en retorcerla, ha pasado al estado de energía potencial, (no alterando la elasticidad): la imanamos, nueva estructura sobrepuesta á las anteriores, y que consistirá tal vez en hacer paralelas todas las órbitas atómicas del acero: nuevo fenómeno *que, en general*, no se opone á los anteriores de gravedad, calor, torsión, etc., sino que coexisten: se hace pasar una corriente eléctrica por la barra, nueva y desconocida modificación de la estructura: nueva estructura superpuesta á las otras y coexistiendo con ellas, puesto que se forma un nuevo campo magnético que se superpone al anterior y lo modifica. En suma: á la estructura general de un sólido que caracteriza los fenómenos de atracción de la materia por la materia, pueden sobreponerse otras, que sin perturbar aquellos, originan otros nuevos.

segun veremos. El concepto de las líneas de fuerza se debe á Faraday.

Hemos dicho que, si colocásemos en un punto del campo magnético un polo libre, ideal, éste se pondrá en movimiento recorriendo la línea de fuerza que por aquel punto pasa; mas, si el polo es norte, la recorre en sentido opuesto de cuando el polo es sur. De aquí la necesidad de *atribuir* un *sentido de movimiento*, dentro de su dirección, á la línea de fuerza. Se ha convenido en tomar como *sentido de marcha* de las líneas de fuerza, el sentido en que se movería un *polo norte*. (En la Tierra, como imán, al revés.) Llamamos polo norte de un imán el que se vuelve hacia el polo norte geográfico de la Tierra.

Según esta convención, las líneas de fuerza de un imán (que no sea la Tierra) salen del polo norte: se dirigen por fuera al polo sur: salen por el norte, etc. No hay, sin embargo, que atribuir al éter una verdadera circulación magnética: lo que hay que ver en eso, es una modificación especial en lo que hemos llamado *estructura* del éter: modificación que origina los fenómenos de atracción y repulsión, y que se hace sentir á lo largo de las líneas de fuerza.

Un medio práctico de explorar un campo consiste en tomar un pedazo de una aguja fina de coser imanada, y suspenderla por su centro de gravedad con un hilo de capullo. Esta agujita, colocada en un sitio cualquiera del campo, señalará, por su dirección, la tangente á la línea de fuerza que pasa por el centro de la aguja. El sentido de la línea de fuerza es de Sur á Norte, de la agujita imanada.

12. Intensidad del campo magnético.

Uno de los campos magnéticos de más sencilla estructura, es el que formaría á su alrededor un polo magnético aislado, reducido á un punto, á ser posible que tal polo existiese. Este campo podría, *en cierto modo*, compararse al campo lumínico ó calorífico, producido por un punto material vibrante, hecha por supuesto la distinción esencial de que en este último caso hay pérdida y trasporte de energía, y en el primero no.

Los rayos de calor ó de luz que emanan del centro radiante, son

rectas, como lo serían también las líneas de fuerza del campo magnético considerado. En uno y en otro caso, el decrecimiento de la intensidad de la luz ó del calor, y de la intensidad magnética del campo, cuando nos desviamos del centro de acción, siguen la misma ley: la del cuadrado de la distancia.

Si en el campo magnético formado por un polo cuya cantidad de magnetismo es m, ponemos otro, cuya cantidad de magnetismo sea m', la fuerza con que estos polos se repelerán, si son del mismo nombre, se halla representada por

$$f = \frac{m\,m'}{d^2}:$$

en cuya fórmula, d es la distancia que separa ambos polos.

Se llama intensidad de un campo magnético, en un sitio determinado de éste, al valor de la fuerza que solicitaría á moverse al polo-unidad, colocado en aquel sitio.

Si el campo está formado por un sólo polo fijo, cuyo magnetismo es M, y ponemos el polo-unidad á la distancia d, del polo fijo, la intensidad del campo á esta distancia d, será

$$f = \frac{M \times 1}{d^2}$$

Dicha intensidad del campo á la distancia d' será

$$f' = \frac{M \times 1}{d'^2}$$

de cuyas ecuaciones se deduce

$$f\,d^2 = f'\,d'^2 \quad *$$

---

* Esa ley es puramente experimental; es decir, se ha obtenido por la experiencia. Se debe á Coulomb.

que demuestra que la intensidad del campo, formado por un polo fijo, está en razón inversa del cuadrado de la distancia á dicho polo.

13. Convención para representar gráficamente la estructura de un campo magnético.

Ya hemos dicho que la concepción de las líneas de fuerza se debe al ilustre Faraday; pero la aplicación del análisis matemático á aquel concepto se debe á Maxvell. Para dar una ligerísima idea del método de representación de Maxvell, y para hacerlo más perceptible á los lectores, pongamos un ejemplo previo, sacado de la luz.

Consideremos un punto luminoso radiando luz. Describamos sobre él, como centro, una superficie esférica de un metro de radio. Aun cuando los rayos luminosos que emanan del centro sean en número infinito, reduzcámoslos mentalmente á un número finito de rayos igualmente espaciados, y entre los cuales se reparta uniformemente toda la energía luminosa, ó la luz que correspondía á los infinitos rayos. Sobre cada centímetro cuadrado de la superficie esférica, caerá cierto número de rayos, 10.000 por ejemplo. Tomemos ese número 10.000, para representar la intensidad de la luz, ó del campo lumínico á la distancia de un metro. Sobre un centímetro cuadrado de la esfera de dos metros de radio, no caerán más que 2500 rayos: este número 2500, mide la intensidad del campo de luz, á dos metros de distancia del centro. Si ponemos normalmente á los rayos á diez metros, un centímetro cuadrado, no caerán sobre este más que 100 rayos: este número 100, expresa la intensidad de la luz á los 10 metros de distancia.

Vemos que, aceptando ciertas convenciones, la intensidad del campo de luz, en un punto cualquiera, se puede medir y expresar por el número de rayos luminosos que caen sobre el centímetro cuadrado, colocado normalmente á los rayos. Esto mismo puede hacerse con cualquier campo magnético. En general, las líneas de fuerza de un campo magnético, son curvas, que en unos sitios se aproximan unas á otras, y en otros se separan. El número de líneas de fuerza que atraviesan el centímetro cuadrado, colocado normalmente á ellas, repre-

senta gráficamente y mide la intensidad del campo en aquel sitio.

14. Potencial magnético.= Diferencia de potenciales magnéticos.

Cuando el polo-unidad, ó la unidad de magnetismo recorre, bajo la influencia del campo magnético, una línea de fuerza, ó un trozo de esta, si encuentra resistencia al movimiento, hace un trabajo. Este trabajo tiene por medida la diferencia entre los potenciales de los puntos extremos del trozo de línea de fuerza recorrido por el polo-unidad. Aquí pasa lo mismo que se dijo al hablar del potencial eléctrico: el trabajo desarrollado por el polo-unidad no es más que la conversión en energía actual de una parte de la energía potencial que tenía el sistema. Si, valiéndonos de nuestra fuerza muscular, obligamos al polo-unidad á deshacer el camino hecho, gastaremos un trabajo igual al que antes se manifestó espontáneamente, y el sistema se reintegrará de la energía potencial que había perdido.

Es evidente que, si movemos mecánicamente al polo-unidad en un campo magnético, cortando normalmente siempre á las líneas de fuerza, no gastaremos trabajo alguno, fuera de las resistencias pasivas, del mismo modo que no exige consumo de trabajo el movimiento de un grave, cuando se hace en un plano horizontal, esto es, cortando perpendicularmente á las verticales, que son las *líneas de fuerza* del campo *gravitatorio* terrestre.

15. Campo magnético uniforme.

El campo magnético más sencillo que puede obtenerse, es aquel en que las líneas de fuerza son rectas paralelas, é igualmente espaciadas, y se llama *uniforme*. La intensidad es la misma en todos sus puntos, porque en cualquier parte que pongamos el centímetro cuadrado (párrafo 13) será éste atravesado por el mismo número de líneas de fuerza. Tal es el campo magnético que forma la Tierra á su alrededor, mientras no se trate de grandísimas distancias ó espacios. El campo magnético terrestre, puede considerarse como uniforme en los mismos límites en que pueden considerarse como paralelas las verticales.

16. Estudio de dos casos extremos. *(Fig. 1.)*

Consideremos una masa magnética polar, presentando una superficie plana é indefinida $A\,B$, con orientación norte ó magnetismo norte.

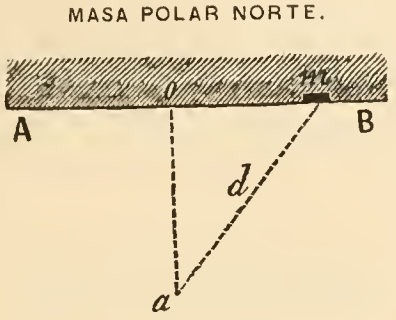


Fig. 1.ª

Sean m un elemento superficial del plano $A\,B$, y a el polo magnético unidad; y μ la cantidad de magnetismo, que por unidad superficial tiene al plano $A\,B$.

Si el polo-unidad es sur, será atraído por la superficie polar $A\,B$, y repelido si es norte. En ambos casos, la fuerza, con la cual el elemento superficial m atraerá ó repelerá al polo-unidad, será, según lo ya indicado,

$$\frac{m\mu \times 1}{d^2}$$

puesto que μm es la cantidad de magnetismo que tiene el elemento superficial m. La letra d representa la distancia desde a hasta m.

Hallando la suma ó integral de las componentes de todas las fuerzas elementales, análogas á la anterior, referidas todas esas componentes á la dirección resultante, que es la perpendicular oa, se encuentra que esta resultante final, ó acción del campo, sobre el polo-unidad a, no depende de la distancia oa que separa al polo-unidad del plano $A\,B$: de modo que el campo que hay por bajo del plano

polar indefinido $A\,B$, es uniforme. Ya se comprende que, cuando se trate de una pieza polar de superficie limitada, no será uniforme el campo; pero se acercará á serlo, tanto más, cuanto mayor sea la superficie polar, y esto nos basta. *

---

* Que la acción resultante del plano polar indefinido, sobre el polo-unidad a, está dirigida, según la perpendicular oa, al plano AB, es evidente por razón de simetría.

Por el punto a (*fig.* 2) tiremos dos oblícuas ah y as, formando entre sí un ángulo infinitamente pequeño: hagamos girar ambas rectas sobre el eje oa: los pies h

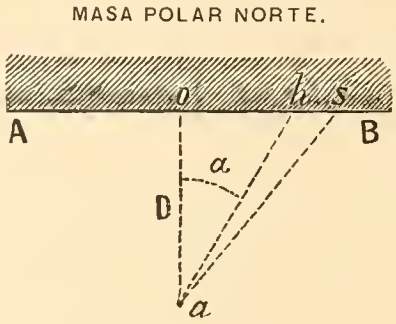


Fig. 2.ª

y s, describirán sobre el plano $A\,B$ dos circunferencias concéntricas. Llamemos x á la distancia oh, y dx al incremento infinitamente pequeño de x, que es hs. El radio del círculo exterior será $(x + dx)$, y el del interior será x.

La superficie de la corona magnética, que queda comprendida entre ambas circunferencias, vale (despreciando infinitamente pequeños de 2.° orden.)

$$2\,\pi\,x\,dx:$$

la cantidad de magnetismo que tiene esa corona, será

$$\mu \times 2\,\pi\,x\,dx.$$

La fuerza atractiva ó repulsiva que ejerce esa corona sobre el polo-unidad a, fuerza que referiremos á la dirección oa, será

$$f = \frac{2\,\pi\,\mu\,x\,dx}{d^2} \times \cos\,\alpha$$

Si, siendo finita la superficie $A\,B$, se coloca por bajo de esta, paralelamente á ella, la superficie plana de una masa de hierro, esta última superficie, tomará por influencia magnetismo sur, ú orientación sur. El espacio comprendido entre ambas superficies constituirá

---

donde d es la distancia ah, y α es el ángulo oah. En vez de cos α podemos poner $\frac{D}{d}$, representando por D la distancia oa. La fuerza será, pues,

$$f = \frac{2\,\pi\,\mu\,x\,dx}{d^3} \times D$$

Pero como la figura 2 dá

$$d = \sqrt{x^2 + D^2}$$

la fuerza será

$$f = \frac{2\,\pi\,\mu\,dx\,Dx}{(x^2 + D^2)^{\frac{3}{2}}};$$

expresión que puede escribirse así:

$$f = \pi\,\mu \times \frac{D \times 2\,x\,dx}{\left(\frac{x^2}{D^2} + 1\right)^{\frac{3}{2}} \times D^3} = \pi\,\mu\,\frac{\frac{2\,x\,dx}{D^2}}{\left(\frac{x^2}{D^2} + 1\right)^{\frac{3}{2}}} = \frac{d\,\frac{x^2}{D^2}}{\left(\frac{x^2}{D^2} + 1\right)^{\frac{3}{2}}}.$$

Hallando la suma ó integral de todas las fuerzas de todos los anillos ó coronas, desde la del radio cero, hasta la del radio infinito, se tendrá la resultante final. Es decir, que hay que integrar la última expresión entre los límites $x = 0$ y $x = \infty$, lo cual daría para valor de la resultante

$$\text{Resultante} = 2\,\pi\,\mu\ ^{1}$$

Esta fuerza resultante, que, como vemos, es independiente de la distancia D, no es otra cosa que el valor de la intensidad constante de ese campo uniforme. La intensidad del campo no depende más que de μ, cantidad de magnetismo que contiene cada unidad superficial del plano $A\,B$. Si suponemos que cada unidad superficial del plano AB, contiene 10 unidades de magnetismo, μ valdrá 10. En el sistema absoluto (*C. G. S.*) hay que tomar por unidad superficial el centímetro cuadrado. En este caso, la intensidad constante del campo valdría próximamente 60 dínas.

La integral indefinida es

$$-\frac{2\,\pi\,\mu}{\sqrt{\frac{x^2}{D^2} + 1}}$$

un campo magnético más uniforme que lo sería el formado por la superficie magnética *A B* sola; porque las líneas de fuerza que emanan de los bordes de *A B*, en este último caso, tienden á escapar lateralmente: la presencia del hierro las dirige sobre este. En las máquinas de anillo (Gramme), el campo magnético está formado entre una pieza polar de ancha superficie cilíndrica, cóncava, y la superficie convexa de un anillo cilíndrico de hierro: ambas superficies son concéntricas.

Hemos considerado un caso extremo, cuando el polo magnético presenta una superficie infinita.

El caso opuesto es aquel en que dicho polo se reduce a un punto. Entonces ya hemos visto lo que pasa. Si representamos por μ la intensidad de dicho polo ó su cantidad de magnetismo, la intensidad del campo magnético que forma á su alrededor será, á la distancia *D*,

$$\frac{\mu}{D^2}.$$

Vemos que disminuye muy rápidamente con la distancia.

En realidad, el campo magnético de las máquinas dinamo-eléctricas está comprendido entre estos dos casos extremos; mas se acerca tanto al primero, que casi puede considerarse como uniforme. De todos modos se determina experimentalmente su intensidad media en todo el espesor de la zona que se utiliza, lo cual puede hacerse con un magnetómetro, ó mejor, por medidas eléctricas prácticas, como más adelante veremos.

17. Forma y estructura del campo magnético en las dinamos bi-polares de anillo, antes de colocar el inducido. *(Fig. 3.ª)*

En las máquinas bipolares del tipo de anillo-Gramme ó anillo-Pacinotti, las dos piezas polares, norte y sur, son unas veces de hierro dulce, y otras de hierro colado ó fundición: en las máquinas-Gramme siempre es lo segundo. En el tipo que en estos días ha dado á conocer Mr. Gramme, llamado por él *tipo superior*, porque lleva el inducido colocado en lo alto, ha suprimido por completo el hierro

dulce, cosa ventajosa bajo el punto de vista económico de la construcción, y de ciertas facilidades que proporciona, pero que no puede asegurarse que lo sea bajo el punto de vista eléctrico.

Fuera de esta innovación, en todas las máquinas-Gramme de corriente continua, que son de las que tratamos, el alma de los electro-imanes es siempre de hierro dulce ensamblado con las piezas polares de fundición, las cuales quedan imanadas por formar las pro-

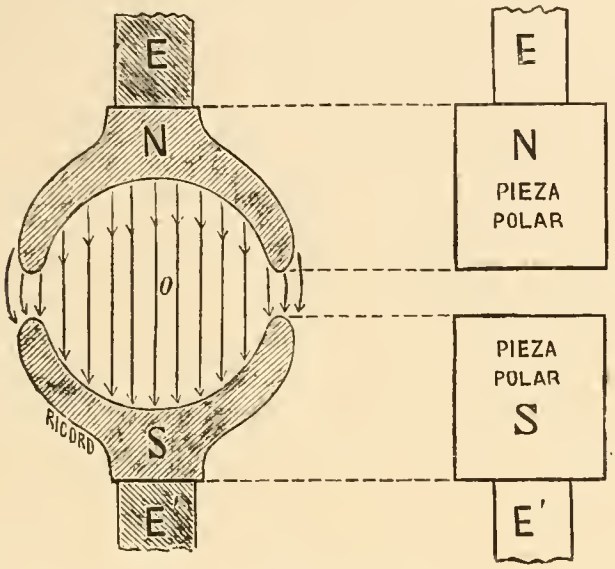


Fig. 3.ª

longaciones de los polos de los electro-imanes, y constituyen así verdaderas expansiones ó amplificaciones de los polos. La figura 3 representa en corte y en proyección la forma de las piezas polares *NNN* y *SSS* de la dinamo-Gramme. Son dos piezas torneadas que presentan sus partes cóncavas perfectamente cilíndricas y del mismo radio: cada pieza polar abraza un arco de cerca de media circunferencia, y va unida al polo de un electro-imán prismático: en las máquinas de Gramme, la pieza polar va unida á dos polos del mismo

nombre de dos electros * rectos, formando dicha pieza polar lo que se llama un polo consecuente. Sobre las almas de los electros se arrolla ó devana un hilo de cobre envuelto por una capa de algodón y mástic ó betún de Judea. Este hilo se llama *hilo inductor:* por él circulará la corriente que ha de imanar los electros, ó, como se dice ordinariamente, que ha de excitar la dinamo. El conjunto de las piezas polares y de los electros se llama *sistema inductor*, ó simplemente *inductor*. La forma de la sección transversal del prisma, que forma el alma del electro, tiene poca influencia en el campo magnético que ha de formar; pero sí la tiene el área de esa sección y la longitud del electro, cosas que dependen, como veremos en su lugar, de la potencia que se exige á la máquina. El hilo que, en varias capas superpuestas, envuelve el alma de los electros, se llama *carrete*.

En las máquinas bipolares de corriente continua, sean de anillo, sean de tambor, las dos expansiones ó piezas polares *NNN* y *SSS*, dejan entre sí un espacio cilíndrico donde ha de alojarse el anillo de hierro revestido con su hilo. Este anillo con su hilo se llama *sistema inducido*, ó solamente, *inducido*. Las piezas polares han de tener magnetismos contrarios.

El hilo inductor ha de arrollarse de manera que, al recorrer una corriente los electros, se produzcan en las piezas polares los magnetismos contrarios.

Un solo electro, de dimensiones proporcionadas á la importancia de la dinamo, basta para imanar su correspondiente pieza polar. A pesar de esto, que es lo que la práctica sanciona hoy como lo más ventajoso, muchos constructores, y principalmente Mr. Gramme, al construir máquinas de grandes dimensiones y potencia, y por tanto de enormes masas polares de fundición, han implantado paralelamente sobre cada pieza polar dos, cuatro, ocho cilindros de hierro dulce, de seis á 10 centímetros de diámetro y de 40 á 60 centímetros de largo. Un hilo continuo, arrollado sucesivamente á todos esos

---

* Por abreviar se llaman electros á los electro-imanes inductores.

electros, los imanará cuando sea recorrido por la corriente, produciendo polos de la misma naturaleza sobre su pieza polar *.

Cada uno de esos prismas de hierro, formando un electro, tiene dos polos: uno va implantado en la pieza polar: el otro, no conviene que quede al aire lanzando allí sus líneas de fuerza, y reaccionando desfavorablemente sobre la pieza polar y sobre el campo magnético formado por ella.

Por esto, Edison, Gramme, Maxim, Siemens, unen estos polos libres por medio de piezas de fundición, que juntamente con las almas de los electros constituyen la armazón general de la dinamo. De este modo, las almas de los electros, órganos eléctricos, sirven al mismo tiempo de piezas de consolidación, y se forman *circuítos magnéticos cerrados*, por donde *marchan* las líneas de fuerza: estas marchan así por el interior de esos circuítos magnéticos y no *atraviesan* el aire más que en el sitio en que el circuíto magnético está roto, esto es, entre las piezas polares, norte y sur. Las líneas de fuerza van de la pieza polar norte á la sur, mientras no se pone en su sitio el anillo.

La figura 4, que representa el tipo-Edison, manifiesta cuanto acabamos de decir. Bien podríamos, aunque haya dos electros, considerarlos como formando un solo y gran electro-imán en herradura, cuyos polos son las piezas polares de fundición *N* y *S*. (Véase la figura.)

Advertencia para lo sucesivo.

El eje *O* (figuras 3 y 4) del espacio cilíndrico comprendido entre los piezas polares *N* y *S*, eje que es al mismo tiempo el de rotación del inducido, es *horizontal* en todas las máquinas; mas nosotros, por buscar ciertas abreviaciones de lenguaje, le supondremos siempre *vertical:* así es que hablando de las líneas de fuerza diremos que son horizontales, porque van de una á otra pieza polar como lo re-

---

* Para no tener tanta resistencia en el hilo de los electros, puede, en algunos casos, subdividirse ó bifurcarse la corriente, excitando cada fracción de ella uno ó más electros.

presentan las figuras 3 y 4: así podremos señalar con una sola palabra «*ascendente*» ó «*descendente*» el sentido de la corriente en el hilo inducido exterior al anillo.

La estructura del campo magnético comprendido entre las dos piezas polares, antes de poner el anillo, ha sido estudiada de varios modos, y entre ellos por medio de los espectros ó fantasmas magné-

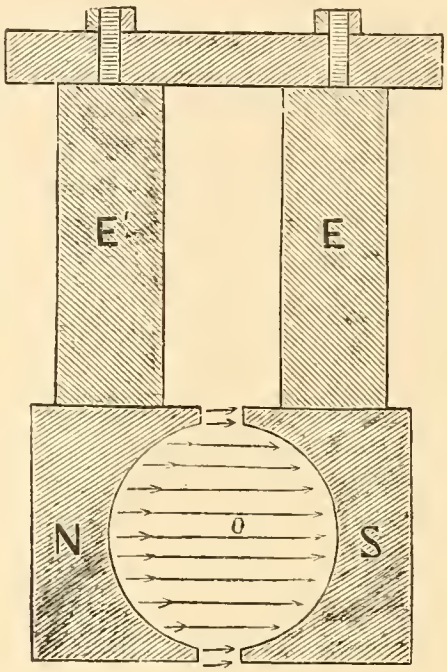


Fig. 4.ª

ticos dados por las piezas polares, mientras se excitaban los electros con una corriente extraña. El grande y cilíndrico campo magnético que se forma, no es bastante uniforme: su intensidad es notablemente menor hacia el centro *O* que cerca de las piezas polares: sobre todo crece entre los bordes próximos de las piezas polares, donde más bien es perjudicial que útil. Es inútil detenernos más sobre la

estructura de un campo magnético que no es el que hemos de utilizar en la dinamo, porque, como veremos en seguida, en cuanto se coloque en su sitio el inducido, va á sufrir el campo una notable modificación de estructura.

En las máquinas magneto-eléctricas, ó magneto-dinamos, el campo magnético está formado por imanes de acero. En esta clase de máquinas, de corriente continua, que son de las que tratamos, el campo magnético se forma entre dos piezas polares, que son las expansiones de los dos polos de un fuerte imán de acero en herradura. Por lo demás, la disposición es exactamente la misma que en las máquinas dinamo-eléctricas. Tienen las máquinas magneto-eléctricas sobre las dinamo-eléctricas la ventaja de que no cuesta nada en aquellas el sostenimiento del campo magnético, al paso que los electros de las dinamos exigen una corriente continua para sostener su imanación, y por tanto un continuo gasto de energía. Representando por I la intensidad en amperes de la corriente excitadora de los electros, y por r' la resistencia eléctrica en ohms del hilo inductor, la energía perdida ó consumida en cada segundo en dicho hilo, vale

$$r' \, I^2 \text{ watts ó } \frac{r' \, I^2}{10} \text{ kilográmetros.}$$

Pero esta ventaja en el gasto de sostenimiento del campo magnético está más que compensada por otros inconvenientes. El campo producido por los imanes es muy poco intenso comparado con el que pueden producir los electro-imanes de igual masa. Así es que las máquinas magneto-eléctricas de corriente continua, bipolares, que se han construído, son de poca potencia y empleadas tan solo en los laboratorios: en corto circuíto pueden dar 7 amperes con una fuerza electromotriz de 10 wolts: es decir, que no pueden tener una potencia útil superior á unos 5 kilográmetros ó 50 watts; porque aun cuando es fácil construir esas máquinas dando ó más wolts ó más amperes, es casi imposible construirlas de modo que aumenten ambos

factores de la energía á la vez, que es lo que haría aumentar la potencia.

Pueden construirse máquinas de notable potencia por medio de imanes. Las máquinas de Méritens, muy acreditadas en el servicio de los faros, son magneto-eléctricas, *pero son* de corrientes alternativas: cierto es que podríamos á favor de conmutadores complicados, rectificar esas corrientes convirtiéndolas en continuas. Pero á esta complicación se unen los inconvenientes que ya tienen esas máquinas. En efecto, siendo *poco intenso* y *pequeño* el campo que se forma entre los polos de un buen imán en herradura, si queremos construir con este sistema una máquina de media potencia (4 á 6 caballos) tendremos necesidad de poner muchos campos magnéticos, necesariamente separados, lo que exige muchos imanes y muy grandes dimensiones de la máquina. De modo que lo que conseguiremos por un lado lo perderemos por el otro: la economía del campo quedará más que compensada con el interés mayor del capital invertido en la compra, y con los inconvenientes de un mayor emplazamiento. Además, por tener un campo poco intenso las magnetos, resulta que para obtener la misma fuerza electromotriz, exigen las magnetos mayor longitud de hilo inducido que las dinamos: de aquí se origina un exceso de energía perdida en el inducido, que compensa la economía obtenida por la supresión del hilo inductor.

Tratándose en esta Memoria principalmente de las máquinas de corriente continua, y siendo las magnetos de esta clase de poquísima importancia industrial, no volveremos á hablar de ellas; con tanto más motivo cuanto que constituyen un caso particularísimo de la dinamo, caso idéntico al de una dinamo con *excitación independiente*, del cual hemos de tratar. Toda la teoría, todas las fórmulas de la dinamo auto-excitatriz, se aplican á la magneto sin más que hacer cero la resistencia del hilo inductor.

18. Estructura del campo magnético de la dinamo cuando se coloca el inducido, pero sin que éste funcione. *(Fig. 5).*

Coloquemos entre las piezas polares de la dinamo el anillo de hierro, y excitemos los electros por una corriente extraña. El largo

del anillo ó cilindro hueco de hierro dulce es, como sabemos, el mismo de las piezas polares *. Bajo la influencia de estas, el anillo se imana presentando magnetismo sur en la parte alta *bc* y norte en

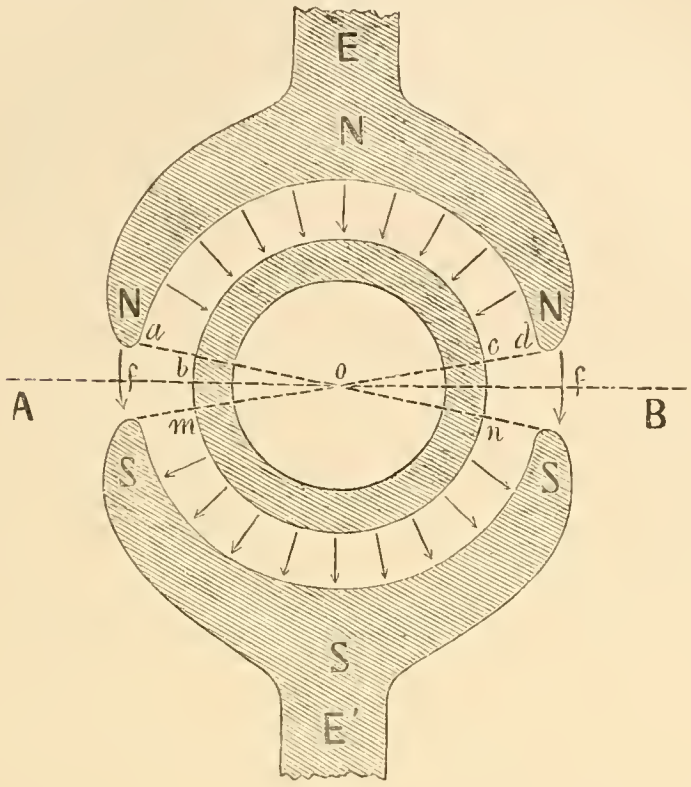


Fig. 5.ª

la *mn*. Las líneas de fuerza que emergen de la pieza polar norte *NNN* se dirigen hacia la superficie cilíndrica *bc* del anillo: córrense después *por el macizo bc* y *mn* del anillo: salen de este por la su-

* Véase la figura 19.

perficie cilíndrica *m n* y caen sobre la pieza polar *SSS;* de donde, recorriendo el circuíto magnético antes explicado (así podremos imaginárnoslo) vuelven á *NNN* para salir otra vez, etc. Algunas lineas de fuerza escapan, sin embargo, á este itinerario, marchando directamente de la pieza polar *N* á la *S*, por fuera del anillo y contorneándole, como se indica en la figura 5 en *f f*. Estas líneas son, á más de perdidas, perjudiciales, como veremos más adelante.

El hueco interior del anillo queda *casi* purgado de líneas de fuerzas, cosa conveniente, porque las que allí quedaran serían perjudiciales. Resulta de lo expuesto, que el antiguo y único campo magnético que teníamos en las figuras 3 y 4 queda ahora reducido en la figura 5 á dos campos magnéticos semi-anulares, uno comprendido entre la pieza polar *NNN* y el segmento *b c* del anillo, y otro entre *SSS* y el segmento *m n;* que estos campos, iguales y simétricamente colocados, son sensiblemente uniformes; que las líneas de fuerza se aproximan á ser radiales, esto es, á ser normales á las superficies cilíndricas de las piezas polares; y que, finalmente, el anillo de hierro ha cortado casi completamente el paso por su interior á las líneas de fuerza de las figuras 3 y 4, propiedad del hierro, que ha merecido á este metal el nombre de *pantalla magnética*.

El volumen del campo magnético es el de los espacios que quedan comprendidos entre el anillo y las piezas polares. *Línea polar* se llama á la recta que une los medios de las dos piezas polares.

La potencia de una dinamo, ó sea el trabajo eléctrico total (utilizado y perdido) que puede producir en cada segundo de tiempo, depende, en igualdad de todas las demás circunstancias, de la intensidad del campo magnético, y es proporcional, como en su lugar veremos, al cuadrado de dicha intensidad. También crece dicha potencia de un modo sensiblemente proporcional al volumen del campo, supuestas constantes la intensidad media de este, y todas las demás condiciones.

La proporción entre las diferentes dimensiones del campo y la de las almas de los electros, no es asunto que pueda abordarse hoy racionalmente: constituye un hecho de experiencia adquirido á fuerza

de ensayos, tanteos y gastos, por los ingenieros constructores. Ahora, dada ó conocida ya esa proporción por medios puramente empíricos, ya veremos en su lugar cómo pueden calcularse todos los elementos ó dimensiones del esqueleto de la dinamo para una potencia dada y para satisfacer á determinadas condiciones. Conveniente es, sin embargo, hacer algunas reflexiones sobre el *espesor* del campo magnético, espesor que es la dimensión señalada en *ab*, en la figura 5. Este espesor se llama *entreferro*.

Suponemos que el lector conoce, cuando menos, la descripción de la máquina Gramme de corriente continua. Sabrá que el hilo inducido, á favor del colector, forma un hilo continuo arrollado sobre el anillo de modo que pasa por dentro y por fuera de este, aplicándose paralelamente á las generatrices internas y externas del anillo. Cada *vuelta* completa de hilo forma como un rectángulo, de cuyos cuatro lados, el primero cae sobre una de las coronas bases del anillo; el segundo se aplica sobre la generatriz interna del anillo; el tercero, sobre la otra base del anillo; y el cuarto, sobre una de las generatrices exteriores del anillo. De estos cuatro *trozos* de hilo, que componen cada vuelta ó rectángulo, el único trozo que sufre la inducción es el cuarto, porque es el único que se mueve en el campo magnético cortando á las líneas de fuerza, condición necesaria para que el fenómeno de la inducción se verifique. Los *trozos* de hilo inducido que recubren exteriormente la superficie cilíndrica del anillo, únicos que sufren la inducción, los llamaremos siempre *hilos eficaces*.

En cuanto á los que van dentro del anillo, estos no son eficaces, porque ya hemos visto que dentro del anillo no hay campo magnético. Algunas veces no hay más que una capa de hilos eficaces recubriendo exteriormente el anillo: entonces el espesor *ab* del campo es muy pequeño; pero, en general, y para satisfacer á ciertas condiciones que ha de llenar la dinamo, se ponen dos, tres ó más capas de hilo superpuestas. Cuando hay una sola capa, es de hilo muy grueso: á veces los hilos constituyen verdaderas barras.

Para tener gran potencia en una dinamo, parece, á primera vista, que conviene aumentar ó dar gran valor al espesor *ab* del campo

magnético para poder alojar mucho hilo. Así es hasta cierto límite, porque no hay que olvidar que la intensidad media del campo disminuye cuando aumenta el espesor, habiendo un espesor que es el más conveniente para un radio dado de las piezas polares. (Atendemos ahora solamente á la potencia de la dinamo y no á otras condiciones que nos pueden imponer.)

A más de esto, hay otras razones que contribuyen también por su parte á fijar entre ciertos límites el espesor del campo, y que se refieren á la falta de perfecta uniformidad de este. Sin duda, á consecuencia de las líneas de fuerza que se escapan sin atravesar el anillo de hierro, sucede que el campo magnético es más intenso cerca de las piezas polares que cerca del anillo: de donde resulta que son más eficaces los hilos que pasan cerca de las piezas polares, que los de las capas que están por debajo de aquellos. Ser más eficaces quiere decir producir mayor fuerza electromotriz; y producen mayor fuerza electromotriz no solamente porque corren por donde es más intenso el campo, sino porque corren con mayor velocidad lineal, por estar más lejos del eje de rotación, al cual son paralelos. Si imaginamos que va disminuyendo el radio del anillo de una dinamo, y que vamos colocando sobre él nuevas capas de hilo, que estarán *debajo* de las que había, estos nuevos hilos aumentarán, es verdad, la fuerza electromotriz de la máquina, pero aumentarán al mismo tiempo la resistencia del inducido; y tal puede suceder, que hayamos perdido por un lado más de lo que ganamos por el otro, y que la corriente de la dinamo disminuya en vez de aumentar. Un ejemplo aclarará este punto.

Consideremos una pila formada por muchos elementos dispuestos en serie. Sean E, I, R, la fuerza electromotriz de la pila, la intensidad de la corriente, y la resistencia total del circuíto. La intensidad de la corriente será

$$I = \frac{E}{R}$$

Agreguemos un elemento más, cuya fuerza electromotriz sea e, y cuya resistencia sea r.

La nueva intensidad I' será

$$I' = \frac{E+e}{R+r}$$

Pues el Álgebra nos dice que

$$I' < I \text{ cuando } \frac{e}{r} < \frac{E}{R}.$$
$$I' = I \text{ cuando } \frac{e}{r} = \frac{E}{R}.$$
$$I' > I \text{ cuando } \frac{e}{r} > \frac{E}{R}.$$

En el primer caso es perjudicial el nuevo elemento, y ventajoso en el tercero. Pues estas indicaciones que acabamos de hacer son aplicables á los hilos exteriores de una dinamo, porque estos hilos son perfectamente asimilables á los elementos de la pila agrupados en serie.

19. Expresión aproximada de la intensidad del campo, ó función de Mr. Frölich.

Vamos á estudiar cómo varía la intensidad del campo magnético formado por un electro-imán cuando varía la intensidad de la corriente que le excita ó imana. Este es el punto más difícil del estudio de la dinamo. La intensidad del campo magnético varía con la intensidad de la corriente excitadora, con el número de vueltas del hilo inductor sobre el alma del electro, con la forma y las dimensiones de éste, con la calidad del hierro. Esto, tratándose de un electro-imán cualquiera: que si se trata del que forma parte de una dinamo funcionando, hay que agregar á aquellas causas de variabilidad, la distancia de las piezas polares al anillo, y sobre todo la influencia tan variable que tiene el campo magnético del inducido sobre el del inductor, que es el que estudiamos. El simple enunciado de tan múltiples causas basta para comprender quo no es posible abordar racionalmente la resolución del problema en la dinamo funcionando. Pero ni aun esto, más sencillo:

«Dado un prisma de hierro del comercio, encorvado en herradura, envuelto por un hilo dado, y excitado por una corriente dada, averiguar la intensidad media del campo magnético formado entre sus polos».

Todo cuanto se ha hecho sobre este asunto, se reduce á fórmulas empíricas, llenas de coeficientes que hay que determinar en cada caso, y que son de escasa ó nula utilidad para la teoría y cálculo de las dinamos. Tales son las de Lenz, Jacobi, Müller, Waltenhofen, Dub, Cazin y Bréguet.

Hay que hacer, sin embargo, una excepción en favor del doctor Frölich, el cual estudió las variaciones del campo obteniendo una fórmula que ha servido de base á todos los físicos que han tratado del problema de las dinamos, incluso al sabio profesor Silvanus Thompson en su tratado de las máquinas dinamo-eléctricas, único *tratado* de verdadero mérito que conocemos, en que la parte especulativa, la parte descriptiva, la empírica y la práctica vayan bien combinadas y se presten mutuo auxilio.

El doctor Frölich dedujo su fórmula ó función, siguiendo el siguiente procedimiento, que extractamos.

En cualquier dinamo, la fuerza electro-motriz E es proporcional á la intensidad del campo magnético, y á la velocidad *. Llamemos C á la intensidad del campo y V á la velocidad de la máquina. **. Podemos, pues, escribir, eligiendo convenientemente las unidades,

$$E = C\ V$$

La intensidad de la corriente, según la fórmula de Ohm, es

$$I = \frac{E}{R}$$

siendo R la resistencia total del circuíto.

---

* Más adelante veremos que estas son las leyes fundamentales de la inducción, y las demostraremos.

** El doctor se refiere siempre á la velocidad angular de la máquina; pero como se trata de una máquina *dada*, lo mismo da tomar á V como la velocidad lineal de los hilos eficaces, salvo un factor constante.

Eliminando E entre esas ecuaciones, resulta:

$$I=\frac{C\,V}{R} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (a)$$

ó bien

$$\frac{I}{C}=\frac{V}{R} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (b)$$

Es evidente que la intensidad del campo, ó sea C, no depende más que de I: luego el primer miembro de la última ecuación es una función exclusiva de I: luego I es una función exclusiva de la relación variable $\frac{V}{R}$.

Para estudiar esta función, tomemos una dinamo, y hagámosla funcionar á diferentes velocidades y con diferentes resistencias: apuntemos en cada experimento el valor de $\frac{V}{R}$ y el correspondiente de I: este último nos lo dará un amperómetro intercalado en el circuíto. Tomemos por asbcisas los valores de $\frac{V}{R}$ y por ordenadas los correspondientes de I: trazando la línea por puntos, se ve que es una recta que no pasa por el origen, y que corta al eje de ordenadas negativas.

Podemos, pues, escribir:

$$I=m\frac{V}{R}-n, \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (c)$$

siendo m y n constantes.

Si entre esta ecuación y la (a) ó la (b) se elimina $\frac{V}{R}$ resultará:

$$C=\frac{m\,I}{n+I}$$

Dividiendo por m los dos términos del quebrado, esa fórmula puede escribirse

$$C=\frac{I}{a+bI} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (d)$$

Si en vez de sostener constante el número de vueltas del hilo inductor, se variase este número, que representamos por N, se aumentaría ó se disminuiría el efecto de la corriente I proporcionalmente á N, de modo que se tendría

$$C=\frac{N\,I}{\alpha+\beta N I}\ ^{*} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (e)$$

Los coeficientes α y β son constantes para un electro dado; mas no pueden tomarse como tales cuando cambia la clase del hierro, la forma, las dimensiones y el estado de saturación, si este pasa de cierto límite. Para tener en cuenta todo esto, habría que considerarlos como variables y aun introducir otro nuevo por lo menos. Pero esto, buscando lo más perfecto, nos conduciría á complicar la teoría sin obtener por eso mejores resultados en la aplicación á la práctica y á la construcción. En este trabajo, más práctico que científico, hemos de sacrificar en cierto modo la exactitud, para encontrar soluciones relativamente sencillas, y suficientes para guiar al constructor, permitiéndole salir del tanteo y de la rutina.

La fórmula (*e*) ó función Frölich, que tantas veces hemos de citar en lo sucesivo, puede considerarse como muy exacta aplicada á una dinamo funcionando, siempre que el campo magnético del inducido no tenga gran importancia respecto del inductor, ó lo que es lo mismo, cuando el inductor es muy potente por su gran masa relativa de hierro y por ser grande el número N, aun cuando no lo

---

* La ecuación (*e*) es la de una hipérbola equilátera.

sea *I*. Y esto es porque el campo magnético del inducido reacciona sobre el del inductor debilitando á este en tanta mayor proporción, cuanto el último es menos potente relativamente al primero. Así es que una buena dinamo debe tener inductores potentes, y que la fórmula de Frölich dará resultados tanto más exactos cuanto mejor sea la máquina.

Dos experimentos preliminares (ó varios para tomar las medias), hechos con una dinamo dada nos determinarán los valores de α y de β, que convienen á aquella máquina, y aun á otras semejantes, no muy diferentes en dimensiones, y de análogos materiales.

Determinados y conocidos α y β, si en la ecuación *(e)* damos valores á *I*, y determinamos los correspondientes de *C*, y tomando por abscisas los primeros y por ordenadas los segundos, construímos la curva por puntos, resultará la línea *oma* de la *figura* 6. Esta

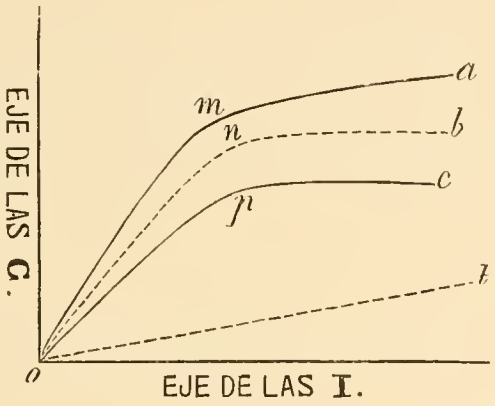


Fig. 6.ª

curva arranca del origen de coordenadas; tiene un primer trozo, recto sensiblemente: al llegar á *m* cambia bastante rápidamente de dirección, formando allí un trozo curvo, al que llama el doctor Frölich la *rodilla;* pasada la *rodilla* vuelve á tomar la apariencia de una recta,

aunque en rigor sea una curva toda ella, curva que tiene por asíntota la recta

$$C=\frac{1}{\beta}.$$

La línea *oma* ó curva del campo magnético, es la que se obtiene con una serie-dinamo cuyo inducido tenga un campo magnético relativamente pequeño comparado con el del inductor. En este caso hay que observar que las ordenadas de la línea *oma* representan las intensidades totales del campo magnético inductor de la serie-dinamo, y estas intensidades totales se componen de la qué corresponde puramente al magnetismo del alma del electro convertida en imán, y de la que corresponde al carrete que envuelve dicha alma. El alma imanada y el carrete ó solenóides que la envuelve, forman dos campos magnéticos, cuyas intensidades se suman para componer el campo magnético total, representado por las ordenadas de *oma*.

Si imaginamos que desaparece el hierro del electro, reemplazando su alma por una de madera, no quedará más campo magnético que el formado por el solenóides inductor. Se sabe que el campo magnético formado por un carrete ó solenóides es siempre exactamente proporcional á la intensidad de la corriente que lo recorre: de modo que, si representamos por c la intensidad del campo formado por el carrete, tendremos

$$c=K\,N\,I$$

para expresar la ecuación del campo del carrete. Como es la ecuación de una línea recta que pasa por el origen, un solo experimento servirá para determinar la constante KN, y trazar la recta *ot*, que se ve en la figura 6.

Si de las ordenadas de la línea *oma* restamos las de *ot* que correspondan á las mismas abscisas, resultará la línea *onb*, que será la línea del campo magnético que produciría por sí solo el hierro imanado del electro. Esta línea *onb*, después de la rodilla, debería ser sensiblemente una recta paralela al eje de abscisas ó eje de intensida-

des de corriente, porque sabido es que el magnetismo del hierro va creciendo rápidamente con la corriente que lo imana, como representa el primer trozo casi recto *on:* después crece dicha imanación cada vez con menos rapidez, que es la fase que corresponde á la rodilla ó trozo curvo *n:* después no aumenta la imanación aunque siga creciendo la corriente, y se dice que el hierro está imanado á saturación: el campo magnético queda, pues, constante. Si esto no aparece en el trozo *ma* de la línea *oma:* si el campo que esta línea representa aumenta indefinidamente aunque con poca rapidez, se debe al magnetismo propio del carrete ó solenóides.

Si en vez de operar con una serie-dinamo, de campo magnético inductor muy grande respecto del inducido, operamos con una máquina de inductor poco potente, con relación al inducido, obtendremos una curva *opc*, que en vez de irse separando cada vez más del eje de las intensidades de corriente, queda, después de la rodilla, casi paralela á dicho eje, y aun sucederá que se irá acercando más á este eje, sobre todo, después de la saturación de los electros. Esto sucede porque la reacción del campo magnético del inducido sobre el del inductor hace disminuir la intensidad de este último en mayor proporción que tiende á aumentar por la acción sola del carrete.

20 Fórmula aproximada de la intensidad del campo magnético, aplicable á la construcción.

Como quiera que la línea que representa el modo de variar del campo magnético de la serie-dinamo tiene un trozo casi recto desde el origen hasta la rodilla, lo cual quiere decir que la intensidad del campo crece casi proporcionalmente á la intensidad I de la corriente, ó, lo que es lo mismo, que β es muy pequeño con relación á α, resulta que, manteniendo la dinamo funcionando dentro de las condiciones que señala ese trozo recto, podremos servirnos de esta fórmula para la intensidad del campo:

$$C = \frac{1}{\alpha} \times NI \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (f)$$

Dados el plan y el giro de esta Memoria, nos conviene dar otra forma á la expresión *(f)*. Representando por l la longitud *media* de una de las vueltas ó espirales que da el hilo inductor alrededor del alma del electro, y por L' la longitud total de este hilo, tendremos:

$$N = \frac{L'}{l}$$

En virtud de esta relación, la fórmula *(f)* se puede escribir así:

$$C = \frac{1}{\alpha l} \times L' I$$

ó bien

$$C = m L' I \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (g)$$

Siendo m un coeficiente que depende de la forma, dimensiones y material del alma del electro.

Aunque, en general, nos serviremos en esta Memoria de esa fórmula *(g)* siempre que se trate de la construcción, ó de aproximaciones, no por eso la parte teórica perderá nada de su generalidad, porque el lector no tendrá que hacer otra cosa, si quiere usar la fórmula de Frölich, ó fórmula *(e)*, que poner en todas las ecuaciones, en vez de C, el valor *(e)*. Si la dinamo no ha de funcionar más que dentro de las condiciones que señala el trozo recto de la línea del campo, puede poner en vez de C el valor *(g)*. En muchos casos, nosotros mismos emplearemos el valor *(e)* para hacer resaltar algunas particularidades.

En todo caso no hay que olvidar que la fórmula *(g)* no puede emplearse cuando el electro está en el período señalado por la rodilla de la línea *(fig. 6.)*

Cuando el electro está saturado, la ecuación del campo magnético puede reducirse sensiblemente á esta

$$C = \text{constante},$$

al menos para máquinas dotadas de un buen inductor de gran masa, en que la acción favorable del carrete inductor se compense con la desfavorable reacción del campo del inducido sobre el campo producido por el inductor.

Observaciones.

La fórmula *(c)* página 33 no empezará á dar valores positivos para I, hasta que se tenga

$$V > \frac{Rn}{m}.$$

Es decir, que la dinamo no dará corriente hasta que la velocidad de rotación no pase de cierto límite proporcional á la resistencia R total del circuíto. La experiencia lo había dicho ya: se sabía que una máquina no se *enceba*, como se dice en los talleres, hasta que su velocidad llegaba á cierto límite que dependía de la resistencia y que crecía con esta. Mr. Marcel Deprez creyó ver en su característica la explicación de este mismo fenómeno. Ni la característica de Mr. Deprez ni la recta cuya ecuación *(c)* es

$$I = m\frac{V}{R} - n$$

que son ambas trazadas por medio de experimentos hechos sobre la dinamo, podrán hacer otra cosa que señalar ó mostrar á los ojos, todos los accidentes de la *experimentación;* mas no explicar el por qué suceden estos accidentes. Como dijo acertadamente Mr. Cabanellas contestando á Mr. Deprez, «las características no pueden dar más que lo que hemos puesto en ellas.»

Todo esto, por supuesto, se refiere á la serie-dinamo, aun cuando en menor escala, puede hacerse patente también en las máquinas excitadas en derivación, y en las de doble devanado.

Tan grande puede ser la resistencia colocada entre los polos de la serie-dinamo, que esta no se encebe ni aun á la velocidad normal

de marcha. Para encebarla sin tocar á la resistencia exterior, nos hemos valido del arbitrio de tocar ambos polos de la máquina con un conductor: esta derivación suprime casi la resistencia exterior y la máquina se enceba al instante: se quita el conductor y la dinamo sigue encebada, á menos que la resistencia exterior fuese absolutamente desproporcionada, en cuyo caso se desencebaría.

III

Acciones

electrodinámicas y electromagnéticas.

Las ideas que en este articulo condensamos tienen inmediata aplicación á las dinamos consideradas, no como generadores de electricidad, sino como aparatos ó máquinas destinados á recibir energía eléctrica para transformarla en mecánica: en una palabra, como *motores eléctricos* ó *dinamo-receptrices*. No tratamos de hacer un estudio general y detallado que suponemos conocido del lector; sino de recordar los puntos de apoyo en que descansa la teoría de la dinamo-receptriz, mostrando la manera de relacionar y aun ligar estrechamente una serie de fenómenos que parecen distintos, reduciéndolos á uno solo, y haciendo percibir la unidad de la ciencia.

21. Fenómeno fundamental: acción elemental de un campo magnético cualquiera sobre una corriente.

La acción de que tratamos se llama elemental, porque se refiere á un trozo infinitamente corto del hilo conductor por donde circula la corriente. Llamemos *dl* el largo de este elemento de corriente. Sea *C* la intensidad del campo magnético en el sitio en que suponemos colocado el elemento *dl* de corriente. En ese pequeñísimo espacio pueden considerarse como paralelas las líneas de fuerza del campo. Sea *a* el ángulo formado por el elemento de corriente y las líneas de fuerza que lo encuentran. Sea *i* la intensidad de la corriente.

La corriente elemental dl estará sometida á una fuerza que la solicita á moverse perpendicularmente al plano determinado por el elemento dl y por los elementos paralelos de las líneas de fuerza que cortan al anterior. El valor de esta fuerza elemental (ó infinitamente pequeña) será:

$$d.f = C \text{ sen } a \times i \times dl.$$

Ciertamente que la verdad de una fórmula elemental como esta no puede comprobarse por la experiencia, de un modo directo, y en rigor hay que tomarla como hipotética. Pero, integrándola en ciertos casos particulares y fáciles, pasamos á fórmulas entre cantidades finitas que la experiencia puede comprobar y ha comprobado constantemente. Esto constituye una demostración *á posteriori* de la verdad de la ley fundamental de que partimos; y tal fué el método seguido por el ilustre Ampère. Sin embargo, no por conocer las leyes de un fenómeno percibe nuestro entendimiento el invisible y misterioso mecanismo puesto en juego para producirlo, lo cual es cosa muy distinta de la ley del fenómeno.

Para nuestro estudio no necesitamos considerar más que un caso, y es el más sencillo de todos: el caso del campo uniforme en el cual hay una corriente finita y recta: entonces la integración, evidente de puro sencilla, de la fórmula anterior, en la cual C sería ahora constante en todos los puntos del campo, daría por valor de la fuerza que empuja á la corriente de longitud l,

$$f = C\, l\, i \text{ sen } a$$

Si la corriente no fuera libre para moverse en la dirección en que es solicitada por la fuerza f, sino en otra que formase un ángulo b con la primera, entonces el movimiento sería debido á una componente de f que valdría solamente

$$f' = C\, l\, i \text{ sen } a \cos b$$

Esto nos dice que para obtener el máximo valor de la fuerza, conviene que a valga 90° y b valga 0° Entonces la fuerza valdrá

$$F = C\,l\,i \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (b)$$

Tal sería la fórmula que nos daría en dinas el valor de F, empleando las unidades electromagnéticas absolutas, ó sea las que se derivan del sistema centímetro-gramo-segundo *C. G. S.*

Pero en esta Memoria nos conviene tomar por unidad de fuerza el kilogramo, por unidad de longitud el metro, y por unidad de intensidad de corriente el ampere: por unidad de intensidad de campo magnético vamos á tomar 10.000 unidades electro-magnéticas *C. G. S.* (Véase página 2.) *

Aceptando estas unidades prácticas, la fórmula (b) adquiere el coeficiente $\frac{1}{9,8}$, y se convierte en esta

$$F = \frac{1}{9,8}\,C\,L\,I \text{ kilogramos} \ldots\ldots\ldots \quad (c)$$

Esta fórmula nos dice que si en un campo magnético uniforme hay una corriente recta de 1 metro de largo y cuya intensidad es de un ampere, que corta perpendicularmente á las líneas de fuerza, y esa corriente es solicitada á moverse con una fuerza de $\frac{1}{9,8}$ kilogramos, ese campo tendrá la unidad de intensidad práctica que hemos elegido: de donde puede sacarse la definición de esta unidad sin necesidad de nombrar al sistema *C. G. S.* que todavía no está bastante vulgarizado fuera de los físicos.

La unidad práctica de intensidad de campo magnético que aca-

---

* Ya hemos dicho que conviene dar un nombre á esta unidad práctica como se ha dado al coulomb, al ampere, al ohm, al volt y al farad. En esta Memoria no usaremos otra unidad de intensidad de campo que esta.

bamos de definir corresponde á un campo tan intenso que no es posible obtenerlo en la práctica. Lo más que ha obtenido Edisón con los inductores más potentes de sus más poderosas máquinas, es poco más de $\frac{1}{3}$ ó 0, 34. Campos tan fuertes dejan parados los relojes de las personas que se acercan á las máquinas, y les quitan de las manos una herramienta ó un manojo de llaves si no los tienen bien sujetos. Es lástima que los médicos no tengan á su disposición un campo tan poderoso, ya que según parece deducirse de recientes experimentos, el magnetismo obra sobre las parálisis tanto ó más que las mismas corrientes eléctricas.

Para la práctica industrial, y por tanto para esta Memoria, podemos tomar en vez de la aceleración de la gravedad, el número redondo 10. Entonces la fórmula (*c*) se convierte en esta otra

$$F = 0{,}1\ C\ L\ I \text{ kilogramos} \ldots\ldots\ldots \quad (1)$$

No hay que olvidar que C, L, I, han de expresar unidades *prácticas*.

Hemos dicho que una corriente recta, colocada en un campo uniforme de modo que sea perpendicular á las líneas de fuerza del campo, está sometida á una fuerza que la solicita á moverse paralelamente á sí misma y cortando normalmente á las líneas de fuerza; y que el valor de esta acción ó fuerza es $0{,}1\ C\ L\ I$ kilogramos. Falta saber en cuál de los sentidos se produce el movimiento. El sentido del movimiento se deduce de la regla de Ampère que modificaremos ligeramente sólo en el enunciado. Personifique el lector la corriente, y supóngase de modo que las líneas de fuerza le *entren* por los ojos: la corriente se moverá hacia su derecha. (Se entiende que la corriente entra al observador por los pies.)

Según esta regla, si cambia el sentido de las líneas de fuerza ó el de la corriente, cambiará el sentido del movimiento: si cambian ambas cosas á la vez, no cambiará el sentido del movimiento.

La figura 7 representa en *proyección horizontal* dos anchas

masas polares *N* y *S* respectivamente norte y sur *. Entre ellas existe, como sabemos, un campo magnético sensiblemente uniforme, cuyas líneas de fuerza son rectas horizontales igualmente espacia-

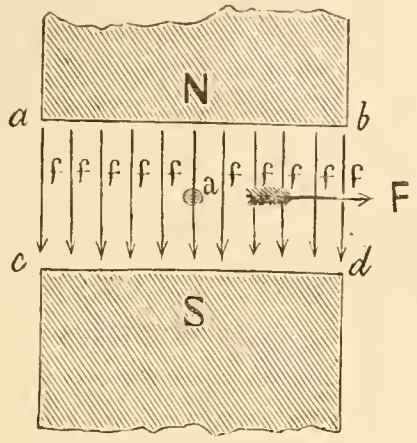


Fig. 7.ª

das, paralelas, y cuyo sentido lo señalan las mismas flechas *fff*. En ese campo suponemos colocado un hilo recto, vertical, que se proyecta en *a*, y que comunica por dos hilos largos y *flexibles*, situados fuera del campo, con los polos de un generador eléctrico, una pila, por ejemplo: la corriente en el hilo recto suponemos que sea *ascendente*. En virtud de lo explicado, el hilo *a* estará sometido á la fuerza 0,1 *C L I* kilogramos, representando *C* la intensidad del campo, *I* la de la corriente, y *L* la longitud del hilo recto, único que por hipótesis sufre la acción, porque el resto del circuíto se supone fuera del campo. En cuanto á la dirección de la fuerza, es la que señala la flecha *F*, esto es, perpendicular al plano determinado

* Estas masas polares se miran una á otra por sus caras planas verticales que se proyectan en *a b* y en *c d*. Bien comprenderá el lector que esas dos superficies polares representan la de la dinamo Gramme y el medio anillo que le corresponde. El hilo *a* es un hilo *eficaz* ó exterior del anillo.

en cada instante del movimiento por el hilo *a* y las líneas de fuerza que en aquel instante lo cortan. El sentido del movimiento se deduce de la regla de Ampère, y será el que señala la flecha *F*.

¿Por qué misterioso mecanismo atómico obran los campos magnéticos para mover las corrientes que en ellos se encuentran? La acción de la materia sobre la materia *á distancia* no puede admitirse más que como modo de lenguaje.

Una exploración magnética alrededor de la corriente no nos entregará la clave del misterio, pero nos dará un poco de luz sobre la invisible cadena que, enlazando á distancia unos cuerpos con otros, y aun los átomos de un mismo cuerpo entre sí, produce esas acciones á distancia, y sirve como de organismo material para la transmisión del movimiento.

Si fuera posible colocar un polo magnético norte, libre, movi-

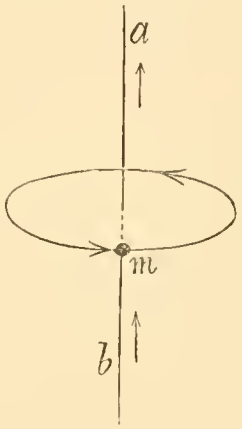


Fig. 8.ª

ble, *m*, al lado y cerca de una corriente recta, vertical, por ejemplo, ascendente, como la que representamos en *ab* (*fig.* 8), veríamos á este polo describir continuamente una circunferencia, cuyo eje es *ab*, y el sentido del movimiento sería el que marca la flecha, y se deduce de la regla de Ampére, tal como se da en los tratados de física.

Consecuencia: una corriente eléctrica, forma ó crea á su alrededor un campo magnético, cuyas líneas de fuerza son circunferencias que tienen la corriente por eje común. Ese campo magnético, llamado á veces galvánico, para recordar su origen, disminuye de intensidad, á medida que aumenta la distancia á la corriente, y esta disminución es en razón de la simple distancia.

Ahora bien: las líneas de fuerza de un campo, ó sea los mismos campos, no son, ó al menos no concebimos que puedan ser otra cosa sino una modificación en la *estructura atómica* del éter, tomando la palabra *estructura*, en el sentido explicado en una nota anterior: de donde se deduce que las acciones eléctricas, y las magnéticas, y las magneto-eléctricas, se reducen á acciones entre los mismos campos, porque estos van íntimamente ligados á los cuerpos de donde emanan, ó á los que pertenecen. El que los campos vayan ligados á sus respectivos imanes ó corrientes, no impide que se *deformen* por su recíproca influencia, cuando la distancia lo consiente. En efecto: los campos, las líneas de fuerza, se deforman por su acción recíproca; mas. como si esas líneas estuviesen dotadas de elasticidad, pugnan por volver á sus antiguas posiciones de equilibrio, moviendo para ello los imanes y las corrientes que las sostienen.

Las líneas de fuerza que van en el mismo sentido se repelen. Las que van en sentido contrario se atraen.

Véase por estas ligerísimas indicaciones cuánta unidad puede darse á todas las acciones de corrientes entre sí, de corrientes sobre imanes, y de imanes entre sí. Este parece ser el camino que debe seguir la ciencia para penetrar, si es posible, en el secreto de las acciones á distancia. Después de todo, ¿qué es esto más que lo que vemos y tocamos, cuando tratamos de trasmitir el movimiento mecánico de un cuerpo B á otro A? Imposible es que el de B pase á A, sin un intermedio material sólido, líquido ó gaseoso. Imposible es que el resultado se consiga sin la *deformación* del intermedio, deformación que suponemos siempre comprendida dentro de la elasticidad. Pues lo mismo pasa con el éter, como órgano material intermedio. El sol no podría hacer subir el termómetro, ni hacer vibrar

nuestra retina, sin deformar el éter intermedio, aunque esta deformación sea de muy distinto género que la deformación permanente, elástica, sin trasporte de energía, que caracteriza los campos magnéticos, ó los gravitatorios.

Ciertamente que con esta explicación no se ha tomado el baluarte donde el misterio se defiende de los ataques de la razón; pero parece que así se le combatirá por el camino más cubierto al error, y desde una paralela más próxima.

La *(fig. 9)* representa el campo magnético de una corriente recta.

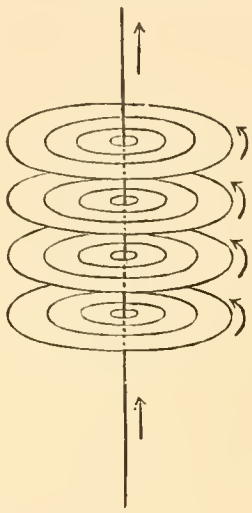
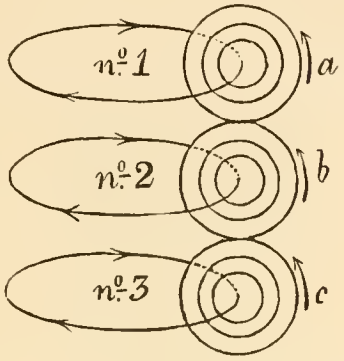


Fig. 9.ª

22. El campo magnético de un solenóides ó de un carrete. *(Fig. 10.)*

Conocida ya la estructura del campo magnético de una corriente recta, el lector adivinará el de una corriente de forma cualquiera. Solamente apuntaremos aquí, por lo que interesa á nuestro tema, cuál es la estructura del campo magnético de un solenóides ó de *un carrete*. Compuesto el solenóides más sencillo de una serie de corrientes casi cerradas (que pueden suponerse cerradas para el estu-

dio), paralelas, iguales, y dirigidas todas en el mismo sentido, y muy próximas unas á otras, para comprender la estructura del campo, no hay más que imaginarse las líneas de fuerza en cada punto de cada corriente en cada plano perpendicular á esta, y hallar la resultante. En la figura 10 se representan tres corrientes circulares del solenóides 1, 2 y 3; y en un plano diametral, solamente están indicadas las líneas de fuerza para tres puntos, uno de cada corriente. Pues si consideramos solamente los trozos ascendentes exteriores de



Los círculos 1, 2, 3 se suponen en perspectiva. Representan corrientes circulares horizontales: los otros, líneas de fuerza circulares en el plano del papel. Cuando se aproximan mucho las corrientes 1, 2, 3, los otros círculos se cortarán unos á otros, cosa que no se ha representado por no complicar la figura, pero que suplirá el lector.

Fig. 10.

las líneas de fuerza circulares, fácilmente se comprenderá, que el efecto de todos estos trozos, sobre un punto cualquiera, será el mismo que el de una línea de fuerza ascendente exterior, equivalente á la suma de dichos trozos. Los trozos interiores, descendentes, de las líneas de fuerza, se puede suponer que son reemplazados por una línea de fuerza, descendente interior al solenóides. Y lo mismo sucederá

en todo plano que pase por el eje del solenóides. En cuanto á los trozos horizontales de esas líneas de fuerza circulares, como quiera que por cada punto pasan dos iguales y de opuestos sentidos, sus efectos exteriores se anulan.

El resultado definitivo de esta especie de *composición* de líneas

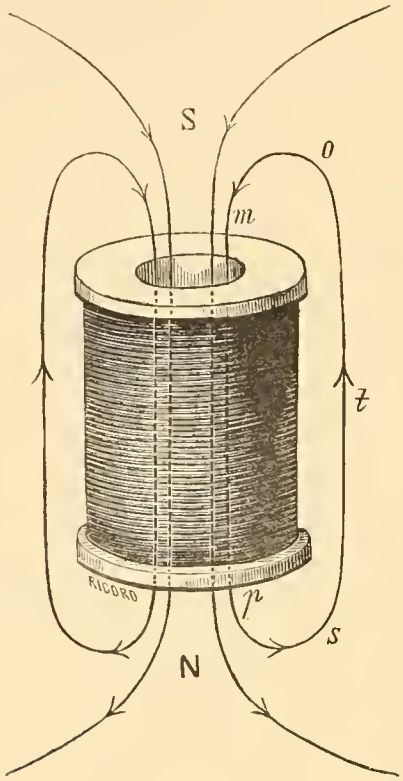


Fig. 11.

de fuerza, es un campo resultante, del cual hemos querido dar una idea en la *(fig.* 11*)* pintando solamente cuatro líneas de fuerza *resultantes*, situadas en un solo plano diametral del solenóides. Este se supone con el eje vertical, como el anterior. Como lo indican las

mismas flechas, y en virtud de la convención admitida sobre el sentido de las líneas de fuerza, el polo norte está abajo. Dos de las líneas de fuerza representadas, son cerradas como la *mopst:* las otras también lo son, pero cierran muy lejos del carrete, donde la intensidad del campo es insensible.

Si tomamos una barra prismática de acero, imanada, veremos, explorando su campo, que es exactamente de la misma estructura que el del soleinóides, lo cual prueba que el imán es un solenóides, como dedujo por otro camino el gran Ampére.

Si llenamos el hueco del carrete con una barra de hierro que exceda algo en longitud á la del carrete, tendremos el electro-imán. Cuando la corriente circula por el hilo del carrete, el hierro se imana, formando un campo magnético que puede ser 50 veces más intenso que el de un imán de acero. Este campo, de la misma estructura y sentido que el del carrete, se suma con este, para tener la intensidad total.

Los diferentes movimientos, ó las diferentes acciones que ejercerá un imán sobre una corriente recta y corta, según la posición que tenga dicha corriente, respecto del imán, los deducirá el lector, conociendo la estructura del campo del imán, ó sea la dirección y sentido de las líneas de fuerza, y aplicando palabra por palabra cuanto hemos dicho en el *fenómeno fundamental*, párrafo 21.

IV

De la inducción.

23. La creación del campo magnético exige un consumo de energía actual, que se transforma en energía potencial.

La formación de un campo magnético, sea ó no galvánico, exige un gasto de energía. Al imanar por los antiguos procedimientos una barra de acero, esa energía ó trabajo sale de nuestro propio cuerpo, como cuando elevamos un peso á una cierta altura: si imanamos por medio de una corriente eléctrica, el trabajo saldrá de la pila ó generador eléctrico que se emplee.

Al cerrar el circuíto abierto de una pila, se crea al rededor del hilo interpolar, y de la misma pila, un campo magnético. Sabido es que, aun cuando el circuíto tenga muchas leguas de largo, al cerrarlo, tarda un tiempo *inapreciable* en sentirse en todo su largo el primero y levísimo indicio de que el estado eléctrico del circuíto se ha modificado; pero la corriente tarda un tiempo *apreciable* en pasar de la intensidad cero, á la intensidad definitiva, que es lo que se llama *estado variable*. La causa principal de ese tiempo que tarda la corriente en establecerse, es el trabajo que está haciendo la pila para crear el campo magnético en todo el circuíto, á más del trabajo calorífico.

Demostración.=Cuando una pila ó un generador eléctrico cualquiera, cuya fuerza electromotriz es E, trabaja sobre un circuíto

cuya resistencia es R, produce, en régimen permanente, una corriente que vale

$$I = \frac{E}{R}$$

Toda la energía ó trabajo producido por la pila se transforma en calor. Si en este estado se le exige á la pila un nuevo trabajo, de cualquier clase que sea, á más del calorífico que estaba haciendo, tendremos, como inevitable consecuencia, una disminución en la intensidad de la corriente.

En efecto, supongamos que á la pila se exija un trabajo nuevo *puramente* electrolítico ó un trabajo *puramente* mecánico: en estos casos se presentará una fuerza contra-electromotriz que vencer: llamémosla e: la nueva corriente I' será

$$I' = \frac{E - e}{R}$$

Luego $I' < I$.

Supongamos que á la pila se le pidiese, en vez del trabajo mecánico ó electrolítico, un nuevo trabajo calorífico desarrollado sobre un nuevo trozo de circuíto de resistencia r, agregado al antiguo. Entonces la nueva intensidad I'' de corriente, será

$$I'' = \frac{E}{R + r}$$

Luego $I'' < I$.

Podemos, pues, decir que todo nuevo trabajo exigido á la pila, sea de la clase que quiera, arrastra consigo una disminución inmediata en la intensidad de la corriente *.

---

* De paso conviene demostrar aquí que tanto da introducir en el circuíto una fuerza contra-electromotriz e, como una resistencia r, con tal que esta sea *equivalente* á aquella. Estas dos cantidades se llaman *equivalentes* cuando pueden sustituirse una por otra en el circuíto, sin que por ello cambie la intensidad de la

Bien considerado esto, se explica naturalísimamente la necesaria existencia del período variable que precede al permanente. La corriente no se apoderará del largo hilo interpolar sin hacer un trabajo (que no puede ser instantáneo) para crear el campo magnético: trabajo tanto mayor cuanto más largo sea el hilo y más intensa la corriente definitiva; y no puede ésta adquirir su definitivo valor del régimen permanente, hasta que el campo esté creado. Creado el campo magnético, la pila no ha de hacer trabajo alguno para sostenerlo, del mismo modo que no se ha de hacer trabajo alguno para sostener un peso después de elevado.

Conviene aquí, á título de grosera imagen, representarse la creación ó formación del campo magnético al rededor de todo el hilo interpolar y de la misma pila. Recuerde el lector cómo del centro vibratorio de la superficie de las aguas tranquilas de un estanque van naciendo las ondas sucesivas, y van aumentando constantemente de radio. Pues lo que pasa en el plano de nivel de ese estanque pasa en cualquiera plano perpendicular al hilo interpolar, durante el pe-

---

corriente. En efecto: supongamos que al introducir en un circuíto la resistencia r, tenemos

$$I = \frac{E}{R + r} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (\alpha).$$

Si quitamos la resistencia r, y en su lugar ponemos la fuerza electro-motriz contraria e, tendremos que la intensidad de la corriente será:

$$\frac{E - e}{R} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (\delta).$$

Pues bien: las expresiones (α) y (δ) son idéuticas, *á condición* de que entre e y r exista la relación siguiente:

$$e = rI;$$

ó lo que es lo mismo

$$e = \frac{rE}{R + r} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (\nu).$$

Vemos que puede sustituirse e por rI en (δ); y r por $\frac{e}{I}$ en (α), sin que se altere la corriente. Los valores de r y de e que satisfagan á la ecuación (ν), se llaman *equivalentes*.

ríodo variable de la corriente: ondas etéreas parten de cada punto del hilo, y representan las líneas de fuerza: al concluir el período variable, esas ondas, que podíamos imaginar *en marcha*, quedan inmovilizadas, formando con su conjunto la *nueva estructura* del éter que rodea al hilo, ó sea el campo magnético. La energía, ó el trabajo gastado por la pila durante el período variable, queda en el estado de energía potencial ó de posición, como almacenado en ese campo magnético. Por supuesto, que la pila, *durante el período variable*, habrá hecho además en todo el circuíto un trabajo calorífico que se disipa en el espacio, y por tanto que no se trasforma en energía potencial.

¿Qué debe suceder al romper el circuíto? Entonces se verificará el fenómeno inverso: los círculos de fuerza ó líneas de fuerza del campo magnético, se replegan sobre el hilo, en cuyo matemático eje *mueren* como ondas etéreas magnéticas, y *nacen* como corriente eléctrica (extra-corriente de ruptura), * ya que la energía es indestructible. La energía eléctrica de la extra-corriente no es en suma otra cosa sino la energía potencial que tenía el campo magnético, convertida en energía actual, al cesar la corriente que sostenía el campo magnético. Al establecerse la corriente en el hilo, y surgir del eje de éste las líneas circulares de fuerza, éstas, *moviéndose*, ó sea agrandándose, cortan forzosamente al metal del hilo: al romper el circuíto, y al replegarse las líneas de fuerza, lo vuelven á cortar, mas marchando en opuesto sentido, puesto que disminuyen de radio. Este cambio de sentido en el movimiento de las líneas de fuerza, explica, como veremos luego, el cambio de signo de la extra-corriente de ruptura, respecto de la extra-corriente de cerradura.

---

* Las ideas aquí expuestas son originales en cuanto se refiere á reducir el fenómeno de la self-inducción ó de las extra-corrientes, al fenómeno general y fundamental de la inducción, sirviéndose para todo de una sola explicación, ó mejor, de un solo mecanismo, de una sola regla. Mas adelante se verá la ventaja de esta unificación de fenómenos.

24. Fenómeno general de la inducción y sus leyes.

La *fig.* 12 es la misma ya explicada en el núm. 21: representa una proyección horizontal: el hilo recto *a* es vertical: se supone unido á la pila por dos hilos largos y flexibles que permitan el libre movimiento del hilo recto *a*, el cual es el solo que está en el campo magnético.

En el experimento fundamental hecho en el párrafo 21, vimos *(fig.* 12*)*, que cuando por el hilo recto *a* circulaba una corriente *ascendente*, dicho hilo era empujado por el campo magnético en el sen-

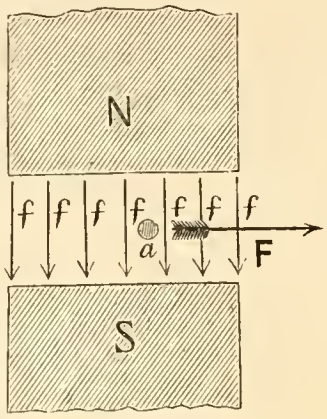


Fig. 12.

tido de la flecha *F*, perpendicularmente al hilo y á las líneas de fuerza *ffff*....., que son horizontales. Vimos también que la fuerza que solicita á dicho hilo *a* es

$$F = 0{,}1\, C\, L\, I \text{ kilogramos:}$$

siendo *C* la intensidad del campo expresada en unidades prácticas ya explicadas, *L* la longitud del hilo recto *a*, é *I* la intensidad de la corriente *mientras impedimos el movimiento* que tiende á tomar espontáneamente el hilo *a*. *L* expresa metros, é *I* amperes.

Abandonemos el hilo á sí mismo, y se pondrá en movimiento.

Si en el circuíto hay un galvanómetro cualquiera, observaremos, que apenas el hilo se pone en movimiento, disminuye la intensidad I de la corriente, y se convierte en I'. Esta disminución de la intensidad de la corriente reconoce por causa un nuevo trabajo que se ha impuesto á la pila *, trabajo que no puede ser calorífico, porque no hemos alterado la resistencia total del circuíto; luego ha surgido en el circuíto una fuerza contra-electromotriz, puesto que según la fórmula de Ohm, una corriente producida por un generador de fuerza electromotriz constante no puede disminuir más que porque disminuya el numerador del valor de I, ó porque aumente el denominador, esto es, porque aparezca una fuerza contra-electromotriz ó porque aumente la resistencia del circuíto.

Representemos por e esta fuerza contra-electromotriz que aparece en el circuíto en cuanto el hilo se mueve.

La nueva intensidad I' de la corriente valdrá pues,

$$I' = \frac{E - e}{R}$$

siendo E la fuerza electromotriz de la pila, y R la total resistencia del circuíto. Esa fórmula se puede escribir así:

$$EI' = RI'^2 + eI' \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (a)$$

Representemos por T' el trabajo *nuevo* hecho por la pila en cada segundo, expresado en watts, ó amper-volts, ó décimas de kilográmetro, que todo es lo mismo. El trabajo total hecho por la pila en cada segundo, vale, según dijimos en el número 9,

$$EI' \text{ watts:}$$

El trabajo calorífico hecho en cada segundo por la pila, vale, (número 8)

$$RI'^2 \text{ watts:}$$

---

* Véase la página 52.

La ley de la conservación de la energía nos da:

$$EI' = RI'^2 + T \text{ watts} \ldots\ldots\ldots\ldots (b)$$

De las ecuaciones *(a)* y *(b)* se deduce

$$T = eI' \text{ watts} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (c)$$

Moviéndose el hilo recto con una velocidad de V metros, y bajo la acción de una fuerza que vale, como hemos visto, $0{,}1\ CLI'$ kilográmetros, el trabajo nuevo T, hecho en cada segundo, vale,

$$0{,}1 \times CLI'V \text{ kilográmetros:}$$

ó, expresado en watts

$$T = CLI'V \text{ watts} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (e)$$

De las ecuaciones *(c)* y *(e)* se deduce

$$e = CLV \text{ volts} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (d)$$

Resulta, pues: *que por el hecho del movimiento* del conductor recto a, perpendicularmente á su propia dirección, y á las líneas rectas de fuerza del campo uniforme, surge en dicho hilo una fuerza electromotriz, contraria á la de la pila; que esta fuerza electromotriz, en el caso simple que hemos considerado, y que basta para explicar las máquinas dinamo-eléctricas, es proporcional á la intensidad C del campo magnético, á la longitud L del hilo recto a, y á la velocidad V con que dicho hilo se mueve; que dicha fuerza electromotriz no depende para nada de la intensidad de la corriente de la pila, y que, por lo tanto, subsistirá aun cuando se quite la pila del circuíto, siempre que, movamos el hilo a con la velocidad V, valiéndonos de nuestra fuerza muscular, ó de un motor cualquiera. *

---

* En toda esta explicación el lector habrá comprendido que las dos piezas polares N y S de la *figura* 12 representan respectivamente la pieza polar de la dinamo y el medio anillo de hierro que le corresponde: que el hilo a representa uno de los trozos exteriores del hilo del anillo, ó sea uno de los *hilos eficaces*.

Así lo comprueba la experiencia. Suprimiendo la pila, y moviendo el hilo en el sentido de la flecha F, observaremos en un galvanómetro, intercalado en el circuito, la existencia de una corriente I, *descendente*, hija del movimiento, trasformación en energía eléctrica del trabajo muscular que hacemos. Esta corriente se llama *corriente de inducción* ó *corriente inducida*. Siendo *descendente*, en el caso que suponemos, según lo explicado en el párrafo 21, el campo tenderá á moverla en sentido contrario á la flecha F (*fig.* 12.) Precisamente esta fuerza es la que tenemos que vencer para mover el hilo en el sentido F, y de aquí nuestro trabajo corporal.

Hemos deducido el valor de la fuerza electromotriz de inducción, en un caso particular, único que nos importa conocer, que es aquel en que movemos el conductor recto a, en un campo uniforme, con movimiento uniforme, perpendicularmente al plano determinado en cada instante por dicho conductor y las líneas de fuerza que lo cortan, y siendo el conductor perpendicular también á esas líneas. Si así no fuese, si el conductor recto a formase con las líneas de fuerza un ángulo α, y si la dirección del movimiento formase un ángulo β con la perpendicular al plano antes determinado, entonces, en vez de tener que vencer la fuerza $0{,}1CLI'$, hubiéramos tenido que luchar con la fuerza menor $0{,}1CLI'$ sen α cos β, como se explicó en el núm. 21: entonces hubiéramos llegado, por los mismos razonamientos, á obtener el siguiente valor para la fuerza electromotriz de inducción

$$e = CLV \text{ sen } \alpha \cos \beta \text{ volts} \ldots\ldots\ldots\ldots (f)$$

fórmula que nos dice que, en igualdad de campo y velocidad, obtendremos la máxima fuerza electromotriz de inducción cuando

$$\alpha = 90^\circ \text{ y } \beta = 0^\circ$$

También nos dice que, para que haya inducción, es preciso que el hilo a corte al moverlo las líneas de fuerza. En resumen, lo más conveniente es que el conductor sea perpendicular á las líneas de

fuerza, y que lo movamos paralelamente á sí mismo, y perpendicularmente al plano determinado por él y por las líneas de fuerza que lo cortan. Y así lo supondremos siempre.

Cuando movemos el hilo a, en las condiciones dichas, el sentido de la corriente de inducción producida es tal, que tiende á mover el hilo en sentido contrario al movimiento que le imprimimos: de otro modo, la corriente inducida se opone siempre al movimiento que la produce, cosa evidente por sí misma, y que se conoce con el nombre de *ley de Lenz*. En efecto, si la corriente producida no se opusiese al movimiento, lo favorecería, y tendríamos la energía saliendo de la nada, lo que es absurdo.

El hilo en que, á favor del movimiento en el campo magnético, se desarrolla una corriente de inducción, se llama *hilo inducido*. Claro está que, para que se manifieste la corriente, dicho hilo, a, ha de formar parte de un circuíto cerrado. Si no sucede así, si el hilo a no forma parte de un circuíto cerrado, la consecuencia del movimiento será que se establecerá, mientras este dure, una diferencia de potenciales entre los extremos libres del hilo, diferencia que será igual á la fuerza electromotriz de inducción. Una vez establecida esa diferencia de potenciales, es evidente que el movimiento del hilo no exigirá trabajo alguno, fuera, por supuesto, de las resistencias pasivas, de las cuales no tratamos.

Aun cuando los hilos inducidos de una dinamo no se muevan en el campo magnético en las condiciones más favorables, que son

$$(\alpha = 90^\circ, \beta = 0^\circ);$$

aun cuando tengan α y β valores distintos de 90° y 0°, y tengan valores variables en cada instante de una revolución completa de la dinamo, podemos usar como fórmula de la fuerza electromotriz de inducción, la fórmula

$$e = CLV \text{ volts} \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (d)$$

sin más alteración que un coeficiente numérico, menor que la unidad. Esto se debe al gran número de hilos inducidos que tiene la dinamo,

y á estar simétricamente repartidos al rededor del eje de rotación de esta máquina, de modo que cada hilo pasa por todas las posiciones en cada vuelta completa, y que siempre hay uno ó muchos en análoga posición, y en cada instante.

Al llegar á este punto, conviene mucho establecer una regla cómoda para que el lector pueda conocer en cada caso en qué sentido marcha la corriente inducida por el hilo *a*, según sea el sentido del movimiento que le imprimimos al hilo *a*, y según sea el sentido de las líneas de fuerza. La regla de Ampére, que sirve muy bien para conocer en qué sentido se moverá espontáneamente un hilo por donde circula una corriente de sentido dado, en un campo de sentido dado, podría en rigor aplicarse al caso de la corriente inducida, teniendo presente la ley de Lenz; pero el lector se convencerá fácilmente de que, para este caso, es de una aplicación incómoda la regla de Ampére.

La siguiente regla, que proponemos, nos parece mejor que las muchas que se han dado: pero no es cosa de hacer aquí una larga crítica que nos llevaría mucho lugar.

Regla. En la *figura* 12: colóquese el observador á lo largo de una de las líneas de fuerza, *hacia la cual marcha* el conductor *a*, movido mecánicamente: la línea de fuerza le ha de entrar por los pies y salir por la cabeza: el rostro vuelto al hilo inducido *a:* la corriente inducida irá, en el hilo *a*, de la derecha á la izquierda del observador. Así, por ejemplo, en la *figura* 12, si al hilo *a* lo movemos en el sentido de la flecha *F*, la corriente en *a*, será *descendente*. Fácilmente se verá, aplicando esta regla, que, si cambia el sentido en que movemos el hilo *a*, ó el sentido de las líneas de fuerza, cambiará el sentido de la corriente inducida: si cambian á la vez las dos primeras cosas, no cambiará la tercera.

Bien se deja comprender que, para que se produzca la corriente inducida, tanto da que movamos el hilo inducido *a*, estando fijo el campo ó las líneas de fuerza, como al revés. Dicho esto de otro modo, cuando se trata de las dinamos: tanto da que se mueva el *inducido* como el *inductor*. Como que en estas máquinas, el campo magnético

está formado por polos de imanes ó electro-imanes, y los campos van ligados á los imanes que lo forman, resulta, que para mover el campo es menester mover el imán. Esto, *en general:* porque hemos luego de ver cómo pueden moverse las líneas de fuerza de un campo, ó sea el campo mismo, sin que se mueva el electro-imán, ó el solenóides, de donde el campo emana.

Las máquinas dinamo-eléctricas, se construyen de modo que se mueva el inducido, ó el inductor. En las máquinas de corriente continua, hay circunstancias de orden mecánico que aconsejan que el inductor sea el fijo. En las de corrientes alternativas, el modo es, en general, indiferente: así, en las dinamos alternativas de Gramme, de Gordon, de Ganz ó Zipernowsky, son los campos magnéticos, ó sea los inductores, los que giran: en la de Ferranti—Thomson, sucede al revés.

25. Todos los fenómenos de inducción, pueden reducirse á uno solo fundamental, que es el ya explicado. Veamos, por ejemplo, la inducción de una corriente sobre un circuíto neutro próximo.

Sea *(fig.* 13), *a*, la proyección horizontal de un conductor recto, vertical, por el cual *asciende* una corriente: este conductor, tendrá,

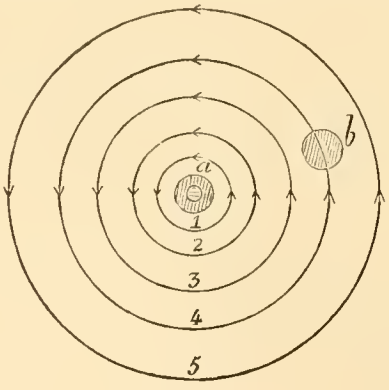


Fig. 13.

como sabemos, su campo magnético, ó sea sus líneas de fuerza 1, 2, 3, 4, 5... circulares. Supongamos que no lejos del conductor *a*, y

paralelo con él, hay otro conductor *b*, formando parte de un circuíto neutro é inerte, donde hay intercalado un galvanómetro. Si acercamos uno cualquiera de esos conductores al otro, surgirá en *b* una corriente inducida. En efecto: si movemos el conductor *b*, acercándolo al *a*, estamos en el caso fundamental explicado; á saber: un hilo neutro *b*, que se mueve en un campo magnético fijo, cortando normalmente á las líneas de fuerza 1, 2, 3, 4, 5..... Aplicando la regla que hemos dado en la página 61, se verá que la corriente inducida es *descendente*, ó, lo que es lo mismo, de sentido contrario á la corriente inductora que *asciende* por el conductor *a*. Si el conductor *b* es fijo, y se le acerca el *a*, como quiera que el campo magnético de *a* acompaña á *a* en su movimiento, resulta que las líneas de fuerza van cortando sucesivamente al conductor inducido *b*. Resultará, pues, en éste, la misma corriente que antes. Lo mismo sucedería si ambos se moviesen, acercándose. Si se desviasen los conductores, la corriente inducida sería ascendente, como la inductora, cosa que se verá fácilmente, aplicando nuestra regla de la página 61. En todos los fenómenos de inducción, ésta, que es hija del movimiento, no dura más que mientras el movimiento dure.

Siendo los campos magnéticos de los imanes y de las corrientes solidarios con los cuerpos de donde emanan, parece, á primera vista, que no hay otro medio para producir la inducción de *a* sobre *b*, por ejemplo, que mover uno de los dos hilos el *a* ó el *b*, ó los dos. Hay un medio de que se muevan los campos ó sea las líneas de fuerza, sin que se muevan los conductores de donde estos campos emanan. El medio consiste en hacer variar la intensidad de la corriente inductora *a*. Puede hacerse crecer, por ejemplo, desde cero (circuíto abierto) hasta el máximo (régimen permanente). Para ello no hay que hacer otra cosa sino abrir y cerrar sucesiva y rápidamente el circuíto inductor *a (fig.* 13*)*. Cuando se cierra el circuíto de *a*, emergen de este hilo las sucesivas líneas de fuerza 1, 2, 3, 4, 5...., las cuales, agrandándose incesantemente, como las ondas sonoras, van sucesivamente cortando al hilo neutro *b*, donde nacerá una corriente inducida descendente, esto es, del mismo sentido que en el caso en

que se aproximaba un circuíto á otro. La corriente inducida en *b* durará lo que dure el movimiento de las líneas de fuerza, ó, lo que es lo mismo, lo que dure la creación del campo, ó, de otro modo, lo que dure el período variable de la corriente inductora.

El lector comprenderá, sin más explicaciones, que al romperse el circuíto inductor, y replegarse sobre el eje matemático del hilo inductor las líneas de fuerza, estas irán cortando normalmente al hilo inducido *b;* y como marchan en sentido contrario que antes, la explicación de la regla (pág. 61) nos dirá que la corriente inducida será ascendente.

Si en vez de experimentar con hilos rectos y paralelos, como hemos supuesto para simplificar, se devanan sobre un mismo carrete de madera ó de cartón el hilo inductor y el hilo inducido, previamente recubiertos de una envoltura aisladora, los efectos de las líneas de fuerza 1, 2, 3, 4..... *(fig.* 13*)* aumentan considerablemente, porque una línea de fuerza que antes no podía cortar al agrandarse más que una sola vez al hilo inducido, ahora le cortará 10, 100, 1.000 veces, si este da 10, 100, 1000 vueltas sobre el carrete. Fácil es ver que las fuerzas electromotrices producidas en cada vuelta del hilo inducido se suman, como se suman las de los elementos de una pila agrupados en serie, para tener la fuerza electromotriz total.

El fenómeno fundamental de la inducción y estas ligeras indicaciones harán comprender mejor el carrete de inducción de Rhumkorff que las explicaciones que se dan ordinariamente en los libros elementales; y sobre todo tienen la ventaja de unificar los fenómenos de inducción magneto-eléctrica y de inducción por la acción de corrientes, y los de auto-inducción ó self-inducción, como veremos luego.

Si en el interior del carrete de dos hilos de que acabamos de hablar, se pone un cilindro de hierro, los efectos sobre el hilo inducido adquirirán su mayor potencia, porque á las líneas de fuerza formadas por el carrete inductor se agregarán las que emanan del hierro dulce al imanarse, y que se replegan sobre este al desimanarse.

26. La self-inducción ó auto-inducción.

Al establecerse una corriente en un hilo *recto*, ó sea durante el período variable, se produce una verdadera inducción sobre el mismo hilo, inducción que puede considerarse como una variedad del fenómeno general, y analizarse con el mismo mecanismo, y someterse á la misma y única regla de la página 61.

Al cerrarse el circuíto, emanan del eje matemático del hilo las líneas circulares de fuerza que, empezando por un punto en dicho eje, van sucesivamente agrandando sus radios: *luego van cortando* á la masa de metal del hilo, antes de emergir al aire. Estamos, pues, en el caso general: aplicando la regla de la página 61 se verá que debe producirse en el hilo una fuerza contra-electromotriz, ó si se quiere (aunque es incorrecto) una corriente *contraria* que disminuirá el valor de la inductora en todo lo que aquella valga, y que durará mientras dure el período variable ó sea mientras surjan del eje del hilo *inductor* nuevos círculos ó líneas de fuerza, verdaderas ondas magnéticas que después de cortar el metal van cortando el aire. Esta fuerza contra-electromotríz, corresponde á la corriente self-inducida de cerradura del circuíto: esta última se llama *extra-corriente de cerradura*.

Al romper el circuíto, se replegan sobre el eje matemático del hilo las líneas circulares de fuerza, por la progresiva disminución de sus radios, para convertirse en puntos sobre el eje del hilo; mas, para llegar á este último extremo, necesariamente han tenido que cortar otra vez á la masa del metal del hilo, aunque con *movimiento de sentido inverso* al del caso anterior.

Por esta razón, si aplicamos al caso actual el fenómeno fundamental de la inducción y la regla de la página 61, veremos que ahora la corriente inducida (self-inducida) lleva el mismo sentido que la inductora, y reforzará por tanto á esta con todo su valor. Tal es la explicación de la *extra corriente de ruptura*.

Bien se comprende que para que estos fenómenos de auto-inducción se produzcan, no es necesario cerrar y abrir el circuíto: basta solamente hacer variar entre límites cualesquiera la intensidad de la

corriente, porque tal variación arrastra consigo el aumento ó disminución de la intensidad del campo, ó sea el movimiento de las líneas de fuerza, verdadero origen de la auto-inducción.

Si arrollamos el hilo sobre un carrete, los fenómenos de auto-inducción tomarán proporciones considerables, porque á más de los efectos ya explicados correspondientes á un hilo rectilíneo, vamos á tener otros de *induccion ordinaria* producidos por cada espiral ó vuelta del hilo sobre todas las otras vueltas del carrete: al nacer las líneas de fuerza en una vuelta, y crecer sus radios, irán cortando á todas las demás. Este efecto segundo, también de auto-inducción, es mucho más importante que el primero, y se suma con él. Todavía aumentarán más los efectos, si dentro del carrete ponemos hierro dulce, el cual al imanarse y desimanarse pone en movimiento sus líneas de fuerza.

27. Corrientes alternativas y corrientes ondulatorias.

Cuando el hilo recto *a (fig. 12)*, se mueve en las condiciones ya estudiadas como mejores, en un campo indefinido *uniforme*, y con una velocidad *constante*, la fuerza electro-motriz de inducción producida,

$$e = CLV \text{ volts},$$

es constante, y lo mismo la corriente originada I que vale

$$I = \frac{e}{R} = \frac{CLV}{R} \text{ amperes}$$

siendo R la resistencia total del circuíto.

Mas, si el campo magnético C está compuesto de fajas ó zonas paralelas, de tal modo que las de lugar par, por ejemplo, tengan intensidades iguales pero más fuertes que las de lugar impar, la fuerza electromotriz e y la corriente inducida I sufrirán los cambios de valor correspondientes á los cambios periódicos de C en las fórmulas anteriores. Esta corriente que cambia con más ó menos periodicidad su valor, pero *sin cambiar nunca de sentido* se llama *ondulatoria*.

Supongamos en proyección horizontal *(fig.* 14*)* dos filas de polos magnéticos, paralelas: en cada fila van alternando los nombres de los polos, y cada polo tiene enfrente uno contrario. Entre cada par de polos contrarios, hay un campo magnético; pero el sentido de las líneas de fuerza cambia de uno al que le sigue. Si movemos el conductor *a*, recto, vertical, perteneciente á un circuíto neutro, de modo que sin dejar su verticalidad se mueva en el sentido de la flecha *F*, la corriente inducida en ese circuíto cambiará de signo al pasar de un campo al siguiente el hilo *a*. Entonces tendremos corrientes *alternativas*. Claro está que en las máquinas destinadas á producir

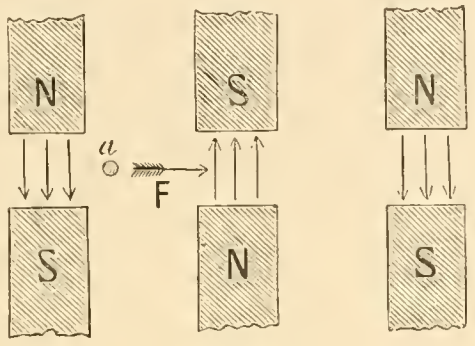


Fig. 14.

esta clase de corrientes, no se disponen los campos en línea recta indefinida, como en la figura 14: se disponen en línea circular: los pares de imanes ó de electro-imanes que forman los campos magnéticos van soportados en las circunferencias de dos discos: entre ellos pasan los carretes inducidos á quienes representaba el hilo *a*, girando todos los carretes alrededor del eje mismo del círculo donde van los campos.

Tales son, en principio, las máquinas de corrientes alternativas.

Con un solo campo se puede obtener una máquina de corrientes alternativas, sin más que comunicar al hilo inducido *a*, un movimiento rectilíneo alternativo; pero sabido es lo malo del cambio

brusco de dirección bajo el aspecto mecánico, y la dificultad de obtener con ese movimiento de vaivén las grandes velocidades de traslación que se necesita dar al hilo inducido.

28 Las corrientes parásitas ó corrientes de Foucault.

No es posible que entremos en un estudio detallado del fenómeno que sirve de epígrafe á este número; mas suele pasarse tan por encima de él en la mayoría de los libros publicados, que cualquiera deduciría que no es posible mover una masa metálica en un campo magnético, sin que se produzcan dichas corrientes, ó de otro modo, sin que se caliente dicha masa, lo cual no es cierto.

Volvamos á la fig. 12. Si el conductor *a* es una barra prismática aislada y el campo es uniforme, el movimiento no puede producir otra cosa que una diferencia de potenciales entre los extremos de la barra, mas no una corriente. El conductor *a* está en el mismo caso que una pila en circuíto abierto, cuando no hay reacción química. Los extremos de la barra, mientras dure el movimiento, acusarán al electrómetro de cuadrantes de Thomson, ó mejor al de Mascart, una diferencia de potenciales que valdrá lo mismo que la fuerza electromotriz de inducción:

$$e = CLV \text{ volts.}$$

Para que las corrientes parásitas se produzcan en el seno de un conductor que se mueve en un campo magnético, es preciso que, ya sea por desigualdades de la intensidad del campo magnético en los puntos ocupados en cada instante por el conductor, ya por la distinta velocidad de los diferentes puntos del conductor, estos puntos sufran una desigual inducción. En una masa conductora que gira al rededor de un eje, en un campo uniforme, puede haber corrientes parásitas en tanto mayor grado cuanto más distintas sean las velocidades lineales de los diferentes puntos de la masa: con tanta más razón puede haberlas si los puntos de menor velocidad lineal corrieran por un campo magnético, menos intenso que los otros. *(Fig.* 15.*)* Pondremos un ejemplo. Sea en proyección horizontal una masa *a*

que se mueve en parte dentro y en parte fuera de un campo magnético, siguiendo el camino indicado por la flecha *f*. El campo se puede suponer uniforme en todo su espesor *e*.

El conductor *a* tendrá, por lo dicho, una diferencia de potenciales entre sus puntos más altos y los más bajos; pero habiendo una

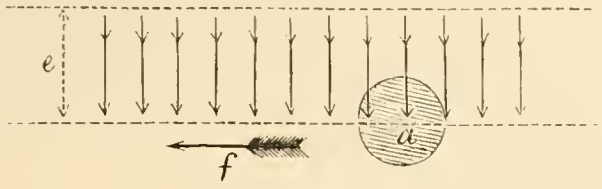


Fig. 15.

parte inerte en la masa *a*, que es la que está fuera del campo, ella servirá de conductor entre los puntos altos y los bajos, y tendremos una corriente circulando continuamente dentro de la masa *a*, corriente que no servirá más que para calentarla. Bien se comprenderá que para que esa *corriente parásita* se produzca no es preciso recurrir al caso extremo que nosotros, por la claridad, hemos elegido como ejemplo: no es menester que una parte de la masa vaya por dentro del campo y otra por fuera; basta una desigualdad cualquiera en las intensidades de los campos ó en las velocidades lineales de las diferentes partes de la masa.

Para que se produzcan corrientes parásitas en una masa conductora, no es preciso que ella sea la que se mueva en el campo magnético: lo mismo sucedería si, estando ella fija, es el campo ó las líneas de fuerza los que se mueven.

Todo electro-imán que está excitado por una corriente periódica ú ondulatoria, esto es, que no sea matemáticamente constante, se calentará, á consecuencia de corrientes parásitas. En efecto, una parte de las líneas de fuerza, al emergir en el período creciente de la corriente excitadora, ó al replegarse en el período decreciente, corta la masa de hierro, y origina corrientes inducidas que se cierran

dentro de la misma masa de hierro que forma el alma del electro-imán.

Ahora bien, las máquinas llamadas de corriente continua tienen un ligero carácter ondulatorio, tanto más pronunciado cuanto menor es el número de carretes de que se compone el inducido. De aquí que los electros, y aun el anillo de hierro que forma el alma del inducido, sean teatro de corrientes parásitas. Inútil es decir al lector que esas corrientes parásitas, que ese calor, constituyen energía perdida, y que deben evitarse, no tan sólo por economía de marcha, sino porque ese calor es siempre un perjuicio para la conservación de la máquina, y principalmente para el aislamiento de los hilos, porque se quema la envoltura aisladora de éstos.

El remedio contra las corrientes parásitas en las masas de metal, es dividir estas por planos perpendiculares á la dirección en que obra la fuerza electromotriz de inducción sobre dichas masas.

Asi es que el anillo de hierro de las máquinas Gramme se hace ó con alambre de hierro barnizado, formando con dicho alambre círculos cuyo eje es el mismo del anillo, ó con coronas cortadas en palastro muy delgado, separadas unas de otras por papel parafinado ó por una capa de barniz aislador, como antes se dijo para el hilo. De este modo el anillo cilíndrico de hierro queda dividido por multitud de planos perpendiculares á las generatrices del anillo; y como precisamente en el sentido de estas generatrices se habían de formar ó tienden á nacer las corrientes parásitas, quedan estas imposibilitadas.

Si el anillo no girase, sino solamente el hilo inducido, no podrían formarse en su masa las corrientes parásitas, puesto que el campo magnético es fijo. Las máquinas dinamo-eléctricas de Siemens, que son de tambor, y que llevan el devanado exterior á este (devanado Hefner-Alteneck ó devanado en ovillo) están sujetas al mismo mal. Siemens hizo una tentativa para dejar fijo el tambor de hierro, pero hubo de desistir ante las dificultades de construcción. Lo mejor es aplicar el remedio anterior, como desde el principio, y probablemente por casualidad afortunada, hizo

Gramme. En efecto, sabido es lo ventajoso del empleo de hierro muy dulce para el anillo, y el alambre de hierro es el más puro de todos: así Gramme al buscar el hierro más dulce, encontró al mismo tiempo el remedio á un perjuicio que hubiera tocado si hubiese hecho el anillo de una sola pieza *.

29. Trasformadores de la energía eléctrica.

Si sobre un carrete, provisto de un alma de hierro, arrollamos dos hilos aislados, uno como inductor, recorrido por una corriente alternativa producida por un generador eléctrico, y el otro como inducido, tendremos sobre este una corriente alternativa que podremos utililizar. Como sabemos que la fuerza electromotriz de inducción crece con la longitud del hilo inducido, proporcionalmente á esta, según lo dice la fórmula

$$e = CLV \text{ volts},$$

resulta que podemos trasformar una corriente de alto potencial ó de alta fuerza electromotriz, en otra de potencial bajo, ó al revés, disponiendo convenientemente de L.

Si representamos por E la diferencia media de potenciales entre los dos extremos del hilo inductor ó primario del trasformador, y por I la intensidad media de la corriente inductora, la energía eléctrica gastada en el trasformador es, en cada segundo,

$$EI \text{ vatts}.$$

Si representamos por e la fuerza electromotriz de inducción producida en el hilo secundario ó inducido del trasformador, y por i la

---

* Aun cuando la masa del hierro del anillo debe ser *discontinua* en el sentido en que tienden á formarse las corrientes parásitas, debe, al contrario, ser *continua*, en el sentido en que dicha masa ha de imanarse. Estas condiciones se cumplen, tanto al construir el anillo con alambre de hierro barnizado, como cuando se construyen con coronas de hojalata sin estañar. También se cumplen en el alma formada de hilos de hierro, que se pone en el carrete de Rhumkorff: el hierro es continuo en el sentido en que se quiere que se imane. Los hilos de hierro del carrete de Rhumkorff deberían estar barnizados para impedir las corrientes parásitas en su masa. Es una mejora que debería hacerse.

intensidad de la corriente inducida, la energía eléctrica producida en cada segundo en el hilo secundario es

$$ei \text{ watts.}$$

Naturalmente, esta cantidad es siempre inferior á la primera; de modo que representando por k un coeficiente, que en general pasa de 0,90, tendremos:

$$KEI = ei. *$$

Esta ecuación nos manifiesta que podemos obtener con una corriente primaria I muy pequeña, una corriente secundaria i muy grande; pero en compensación E ha de ser muy grande comparado con e. Tal es el fundamento de los trasformadores de la energía eléctrica. El carrete de Rhumkorff es el trasformador más antiguo de energía: en él, con un potencial de 5 á 6 volts en el circuíto primario, se obtiene en el hilo inducido con mucha facilidad 6 a 8.000 volts. En cambio la corriente inducida será menos de una milésima parte de la inductora.

Fundados en estos principios los Sres. Gaulard y Gibbs, hace unos dos años, y los Sres. Zipernowsky y Déri, recientemente, han construído sus trasformadores, que en suma no son otra cosa que carretes de inducción con alma de hierro. Parece que estos aparatos son, hasta hoy, el mejor medio de distribución y trasporte de la energía, *cuando se trata del alumbrado general de las poblaciones*, ya que este alumbrado funciona igualmente bien con corrientes continuas que con corrientes alternativas, y que los trasformadores exigen absolutamente las corrientes alternativas, ó al menos ondulatorias. El doctor Ferraris ha hecho un magnífico trabajo sobre

---

* Todo el calor producido en el hilo inductor es desde luego perdido: es una parte de la energía EI completamente perdida, y esta parte no puede por tanto aparecer como energía eléctrica en el hilo inducido, ó sea en ei. K será siempre menor que 1.

los trasformadores y lo ha publicado en una memoria tan llena de ciencia como de difíciles y delicados experimentos.

En Gerona se inauguró el 24 de Julio de 1886 el alumbrado eléctrico público por medio de los trasformadores Zipernowsky. La ciudad inmortal es hoy *, contra todo lo que podía preverse, la que tiene el alumbrado más notable de Europa y de América: más notable, decimos, porque reune, aunque en modesta escala, todo lo más nuevo que existe para una distribución eléctrica: los últimos perfeccionamientos, la última palabra de la ciencia. En América no se han aplicado aun los trasformadores.

Gaulard y Gibbs, son, en rigor, los verdaderos inventores prácticos ó industriales de los trasformadores; que no es cosa de rebajar su mérito, porque existiese el carrete de Rhumkorff, ni porque Jablochoff hiciese antes que ellos algunos experimentos que abandonó. Pero Gaulard y Gibbs disponían los trasformadores destinados á alumbrar una población, *en serie*, de modo que todos los hilos primarios de todos los trasformadores formaban un solo circuíto, que era el primario. El hilo secundario de cada trasformador alimentaba en un cierto perímetro al rededor de sí, y en derivación, todas las lámparas incandescentes y de arco, en dicho perímetro colocadas. El colocar los trasformadores en serie, fué una falta; porque esto establecía una nociva dependencia entre ellos. La segunda falta fué emplear carretes rectos, y por tanto con dos polos, como sucede en el de Rhumkorff, lo cual hace que se pierdan inútilmente para la inducción muchas líneas de fuerza que emergen de los polos, y se pierden en el aire.

Zipernowsky, Déri y Blathy, ingenieros de la gran casa constructora de Buda-Pesth (Ganz y C.ª), que comprendieron el mérito indudable, y la aplicación industrial de los trasformadores, al verlos funcionar en la exposición de Turín, y tal vez en el metropolitano de Londres, idearon el juntar los dos polos magnéticos del trasformador, y los montaron en derivación sobre el circuíto primario,

---

* 1.° de Agosto de 1886.

dándoles con esto una independencia tan completa como conveniente. Sus trasformadores consisten en un verdadero anillo cilíndrico de alambre de hierro, exactamente lo mismo que el anillo Gramme, sobre el cual se arrollan ó devanan, pasando por dentro y por fuera, los dos hilos inductor ó inducido: es decir, que forman un circuíto magnético cerrado, ó sea sin polos.

¿Qué ventajas tienen los trasformadores?

La de trasportar lejos la energía eléctrica con líneas económicas por lo delgadas, y sin que se pierda una gran parte en el camino convertida en calor. La pérdida de energía, por segundo, en una línea, vale

$$RI^2 \text{ watts}$$

siendo R la resistencia de la línea y I la intensidad de la corriente. Para reducir mucho esta pérdida, es preciso hacer I pequeño: si I es pequeño, para que la energía trasportada sea grande, es preciso que el potencial sea grande. 1000, 2000 volts, por ejemplo: este altísimo potencial, ni conviene á los aparatos del alumbrado, ni está exento de peligros el introducirlo en casa de los consumidores; mucho más, tratándose de corrientes alternativas, que son las más peligrosas para la persona que toque un conductor.

Es verdad que la pérdida de energía RI^2 puede disminuirse, disminuyendo R, ó lo que es lo mismo, aumentando la sección de la línea de cobre: pero no hay que pensar en este medio, porque el cobre es muy costoso, y el coste sólo de la red, haría ruinosa la empresa.

Pues bien: los trasformadores resuelven la cuestión, eludiendo esas dificultades, y aun esos peligros. En Gerona (y nos complacemos mucho en citar un ejemplo en España), la corriente primaria es de 16 ampéres, y de 1200 volts. Hay cuatro trasformadores para alimentar los cuatro distritos en que los ingenieros han dividido la zona á alumbrar. Cada trasformador da en su hilo secundario una corriente de 50 ampéres y 100 volts; y esta corriente de 50 ampéres, poco más ó menos, y de 100 volts, es la que alimenta las lámparas de su distrito. En Gerona, la máquina dinamo-eléctrica, de corrientes al-

ternativas, está movida por una turbina, y absorbe unos 35 á 38 caballos. Hay otra dinamo igual de reserva. El número de lámparas, que sirve dicha dinamo, es de 193 incandescentes, y cuatro arcos voltáicos. Además hay 5 arcos voltáicos, alimentados por una Gramme de corriente continua. Todo ese alumbrado es público: el particular no existe aún.

Las corrientes alternativas no sirven para electrolisis, ni, por lo tanto, para la galvanoplastia.

30. La self-inducción en las máquinas de corriente continua.

A más de las corrientes parásitas, debidas al carácter ondulatorio del magnetismo, hay una nueva causa de pérdida de energía, de origen eléctrico, como la anterior, y sobre la cual no se había fijado la atención de los físicos, hasta hace tres años. Para explicar esta pérdida, nos referiremos á la figura esquemática núm. 16, en la

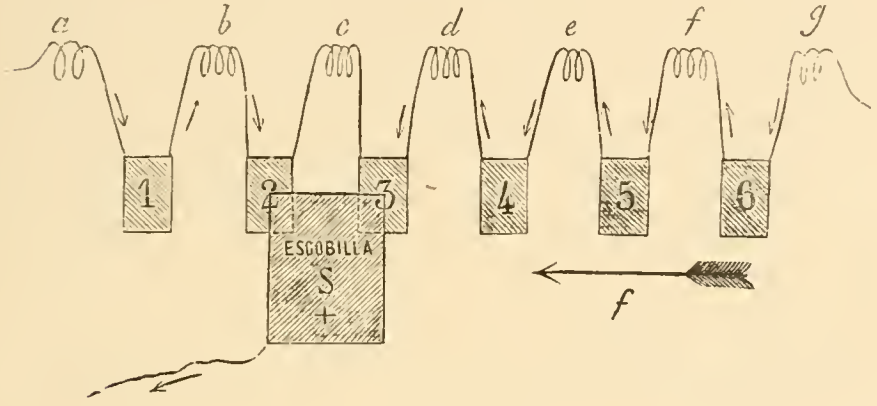


Fig. 16.

cual *a. b. c. d. e. f.*, representan los carretes inducidos del anillo-Gramme: *s*, es la escobilla positiva: 1, 2, 3, 4, 5, 6, son las barras del colector: el movimiento de estas barras, tiene lugar en el sentido de la flecha *f*.

En el instante representado en la figura, la escobilla *s* toca simul-

táneamente á las barras 2 y 3: * en ese instante circula por el carrete *d* la mitad de la corriente de la máquina: al instante siguiente, la escobilla *s* toca, á la vez, á las barras 3 y 4, y el carrete *d* se encontrará cerrado sobre sí mismo por el intermedio de la escobilla: la corriente, que por el carrete *d* circulaba, muere, y con ella el campo magnético que formaba: la energía potencial de este campo, aparecerá, pues, como extracorriente, en el carrete *d*, pero en pura pérdida, puesto que estando cerrado el carrete sobre sí mismo, se convertirá esa energía en calor, parte en dicho carrete, y parte en el hierro interior, ó sea en la parte del anillo que comprende el carrete.

Pasemos al instante siguiente: en éste, la escobilla *s* abandona la barra 3; y el carrete *d*, que ha pasado al otro lado de la escobilla, entra en la circulación general, y forma su nuevo campo magnético, consumiendo para esto, energía actual, que pasa á potencial, para perderse después, cuando al cabo de media vuelta se encuentra otra vez cerrado el carrete *d*, sobre sí mismo, bajo la escobilla negativa.

Fácil sería, en la teoría general de la inducción, conocer la pérdida de energía que arrastra la creación del campo magnético, formado por cada uno de los carretes que revisten el anillo-Gramme, si conociésemos el coeficiente de self-inducción ó auto-inducción del carrete, con el hierro dentro. El cálculo para el carrete, sin alma de hierro, se puede hacer sin dificultad, mas no cuando hay el hierro dentro: en este caso, no podría hacerse el cálculo de la pérdida de energía, sin experimentos previos.

Si representamos por la letra u, el coeficiente del self-inducción de uno de los carretes del anillo, incluso el hierro que le corresponde, y recordando que en la máquina, la corriente que circula por cada carrete inducido, es solamente la mitad de la total que la máquina-Gramme produce, resulta que la pérdida de energía que origina la

---

* No puede la escobilla abandonar una barra del colector sin haber empezado antes á tocar á la siguiente, puesto que de no ser así se rompería el circuito á cada instante.

creación del campo de cada carrete, se puede representar por

$$\frac{u\left(\frac{I}{2}\right)^2}{2}$$

Esta energía se perderá dos veces en cada vuelta de la dinamo, puesto que dos veces se cierra cada carrete sobre sí mismo, en cada vuelta. Si hay c carretes, y la máquina da n vueltas por segundo, la pérdida de energía por segundo, será

$$\frac{ncuI^2}{4}$$

Esa expresión, en el sistema *C. G. S.*, expresa ergs. El producto cu, es el coeficiente de self-inducción de todo el inducido, número que depende de su forma, del número de capas de hilo superpuestas, del número de carretes, de las dimensiones del alma de hierro, de la clase de hierro. Para expresar en watts esa pérdida de energía, basta recordar la equivalencia

$$1 \text{ watt} = 10^7 \text{ ergs.}$$

La energía perdida por segundo, en concepto de self-inducción, puede escribirse así:

$$\frac{ncuI}{4} \times I \text{ ergs} \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (a)$$

que, comparada con la expresión EI, nos dice, que la fuerza electromotriz (mejor diríamos contra-electromotriz) de self-inducción, vale

$$\frac{ncuI}{4} \text{ unidades } C.\ G.\ S.$$

Vemos que la fuerza contra electro-motriz de auto-inducción es proporcional al número de vueltas n de la dinamo, á la intensidad de la corriente I, y al coeficiente cu, de todo el inducido.

M. Silvanus Thompson, en su hermoso libro, página 84, así como

los Sres. Ayrton y Perry, en vez de comparar la expresión (a) con EI, que es indudablemente lo más correcto, compara la expresión (a) con RI^2; y, como es natural, deduce, que la auto-inducción *equivale* á la introducción ficticia, en el circuíto de la dinamo, de una resistencia eléctrica, que vale

$$\frac{n\,c\,u}{4} \text{ unidad.}^{s}\ C.\ G.\ S. \text{ de resistencia.}$$

Esta afirmación promovió una controversia entre Mr. Hospitalier y Mr. Thompson, la cual no tenía razón de ser, porque el profesor inglés nunca confundió una fuerza contra-electromotriz, con una resistencia eléctrica, sino que dice, y es verdad, que una cierta resistencia puede sustituirse á una fuerza contra-electromotriz en un circuíto, sin que por ello se altere en nada el régimen del circuíto. (Véase la demostración que de esto dimos en la nota de la página 53.) *

---

* ¿«Cómo puede sustituirse, dice Mr. Hospitalier, una fuerza electromotriz de self-inducción, (que varía con la velocidad de la máquina,) por una resistencia, que es por su naturaleza, constante»? La contestación es clara: nadie ha tratado de sustituir en un cálculo una cantidad constante por una variable, y de deducir de aquí consecuencias. De lo que se trata únicamente es de sustituir una cantidad constante á otra que, aunque variable por esencia, no tiene más que un solo valor en el caso particular en que se hace la sustitución. Por lo demás, esos escrúpulos no han nacido por vez primera en la inteligencia de Mr. Hospitalier: son ya antiguos, y precisamente por eso nos parecen menos motivados. En la preciosa obrita del malogrado Niaudet titulada *Máquinas eléctricas de corrientes contínuas*, página 90, decía este ingeniero en 1881. «Les deux démonstrations précédentes sont »sujettes à critique. On peut douter qu'il soit permis de remplacer dans un circuit »une résistance par une force électro-motrice ou, comme on nous le disait spiri»tuellement, une voiture par un cheval. Nous croyons qu'il y a réponse à ces »critiques». Y en la página 104, volviendo sobre el mismo escrúpulo, justifica la sustitución, siguiendo las ideas y razonamientos de Mr. Deprez, diciendo que «lo que se hace, no es otra cosa, en rigor, que sustituir á un trabajo electro-magnético, un trabajo calorífico». Es verdad; pero más claro y más sencillo sería decir, (como decimos nosotros en la nota de la página 53,) que lo que se hace es sustituir en la expresión $\frac{E-e}{R}$, en vez de e, rI: esto es, una fuerza electro-motriz por otra, ó sea e por la diferencia de potenciales rI.

La estructura de la expresión (a), que expresa la energía perdida por la auto-inducción en las máquinas de corriente continua, nos dice que no se disminuirá esa pérdida aunque subdividamos los carretes, haciendo por ejemplo, de cada uno, dos, ó sea doblando el número c, y por tanto el número de barras del colector: es verdad que, doblando el número de carretes, se reducirá á la mitad el valor del coeficiente u de self-inducción; pero el producto cu no variará. Para disminuir u no queda otro recurso que suprimir el hierro que forma el alma del anillo, formando esta alma con sustancia no magnética; madera, por ejemplo. Este remedio no es aplicable en el caso de la dinamo de anillo; porque si se suprimiera el hierro, que forma pantalla magnética y deja fuera del campo los hilos interiores del anillo, se desarrollaría en los hilos interiores una fuerza electromotriz contraria á la que nace en los hilos exteriores del anillo, y tendríamos una corriente insignificante. Tal remedio podría menos mal aplicarse á las máquinas de tambor (Siemens, Weston, Edison) que llevan el devanado del hilo inducido al exterior; pero nos privaríamos de la ventaja del campo enérgico y concentrado que produce el hierro del inducido entre él y las piezas polares inductoras. Sin el hierro del inducido, muchas de las líneas de fuerza del campo magnético inductor se escaparían en el aire, sin ser cortadas por los hilos inducidos en el movimiento de rotación de estos.

Más fácilmente podemos sustraernos á la esclavitud del hierro en las máquinas de corrientes alternativas, y así se hace ya en muchas. Bajo este punto de vista merece citarse la dinamo de Ferranti-Thomson, la cual, no solamente carece de hierro que se imane en el inducido, sino que no tiene carretes, formando el hilo inducido una estrella ondulada, cuyas puntas ú ondas sufren la inducción pasando por una serie de campos magnéticos contiguos como representa la figura 14.

El otro recurso que nos queda para atenuar los efectos de la auto-inducción, consiste en disminuir el número de capas de hilos que constituyen cada uno de los carretes inducidos que recubren el anillo: es claro que así disminuirá el coeficiente u de self-inducción.

Este remedio tiene sus límites; porque cuando se trata de construir una dinamo de gran fuerza electromotriz, y se ha agrandado en lo posible el anillo, y hemos adoptado una velocidad muy grande, ¿qué remedio queda, si con esto no se consigue el resultado, sino aumentar la longitud del hilo inducido, y por tanto el número de vueltas de cada carrete? Todo esto, aun admitiendo que no retrocedemos ni ante las dimensiones de la máquina ni ante las grandes velocidades, cosas que de por sí traen ya inconvenientes de otro género.

Hemos dicho que bajo el punto de vista de la self-inducción nada ganamos con doblar el número de carretes. Mas no se crea por esto que ese número sea cosa indiferente: ya hemos visto que la corriente de la máquina, si el número de carretes es pequeño, toma el carácter ondulatorio, y que de aquí se origina también un cierto orden de corrientes parásitas en las masas de hierro inductoras é inducidas. El número de carretes, y por tanto de barras del colector, no debe bajar de 40. Ordinariamente es de 50 á 80.

31. Diámetro de conmutación y posición de las escobillas.

La piezas polares *SS* y *NN* de la dinamo *(fig.* 17) imanan por influencia el anillo de hierro ó *armadura*, dándole magnetismo norte en la parte *n* y sur en la *s*. El anillo, en la figura, está sin los hilos.

Supongamos que la rotación del anillo es en el sentido que señala la flecha *f*. Los hilos eficaces para la inducción son los hilos exteriores al anillo, tales como el que se proyecta en *r* en lo alto de la figura. En ese hilo, al correr por el campo magnético formado por *SS*, se producirá una fuerza electromotriz, como se vió en el párrafo 24; mas cambiará de sentido cuando pase por el diámetro *ab* que se llama diámetro de conmutación *. Lo mismo pasará á todos los trozos exteriores del hilo inducido; de modo que en la mitad de la iz-

* El cambio de sentido de la fuerza electro-motriz se produce por consecuencia del cambio de sentido del movimiento del hilo *r*: este hilo desciende en la izquierda de la figura 17, y asciende en la derecha, al paso que las líneas de fuerza tienen el mismo sentido en ambos campos.

Fig. 17.

quierda del anillo, la corriente irá por el hilo inducido hasta el punto más alto de la figura, por ejemplo; y lo mismo sucederá en la otra mitad del hilo inducido, ó sea en la derecha de la figura. De aquí resultará que esas dos mitades del hilo inducido formarán como dos pilas cuyos polos positivos están en lo alto del anillo y los dos negativos abajo: arriba estará, pues, la escobilla positiva, y abajo la negativa; ambas estarán situadas sobre el colector, en la recta *ab*. Todo esto sería exacto si las líneas de fuerza del campo magnético (de los dos campos) tuvieron la regularidad que señala la figura 17, y si el anillo de hierro no estuviese sometido á más influencia magnetizante que la de las piezas polares *SS* y *NN*.

Pero la misma corriente inducida que la máquina engendra, al entrar por la escobilla negativa en el inducido y al salir por la positiva, produce en el extremo superior del diámetro de conmutación *ab* una imanación sur *s'* y una norte en el punto más bajo, en *n'*.

Tenemos, pues, el anillo sujeto á dos causas ó fuerzas de imanación perpendiculares: la *ok*, influencia de las piezas polares, y la *oa*, influencia de la corriente inducida que circula por el hilo que envuelve al anillo. El resultado de ambas acciones magnetizantes será una imanación en dirección de *om*, diagonal del paralelógramo construído sobre las rectas *oa* y *ok* que representaban en dirección y en magnitud, las componentes de las dos imanaciones.

Resulta de aquí que el verdadero centro de la región sur del anillo estará en *s''*, y el de la región norte en *n''*.

El diámetro de conmutación, ó sea el diámetro de las escobillas, debe estar en el ecuador magnético ó línea neutra del anillo imanado: luego será la recta *ot* perpendicular á la línea polar *om* del anillo.

Pongamos, pues, las escobillas en el nuevo diámetro de conmutación *ot*, y nos veremos obligados á hacer una nueva composición de imanaciones entre la de las piezas polares según *ok*, y la que se produce por la corriente que entra y sale por el diámetro *ot*. Así encontraremos un diámetro de conmutación que formará con *oa* un ángulo aun mayor que el *toa*, y así sucesivamente llegaríamos al definitivo diámetro de conmutacion.

Supongamos que este fuese el *ot:* el ángulo *toa* se llama *ángulo de avance* de las escobillas.

Cuando la acción magnética de las piezas polares sobre el anillo es muy grande, comparada con la acción de la corriente del anillo, el ángulo *toa* de avance es pequeño ó casi nulo. Después de lo dicho, esto es evidente.

El ángulo de avance en las máquinas excitadas por toda la corriente que ellas producen (serie-dinamos), es en general, pequeño; mientras los electros no están saturados, aunque varíe la intensidad de la corriente producida ó la velocidad de la máquina, no cambia el ángulo de avance, porque como las dos acciones imanantes antes explicadas, aumentan sensiblemente en la misma proporción, la resultante conserva su dirección primitiva. Cuando los electros están saturados, y no el anillo, si aumenta la corriente, aumenta una de las acciones imanantes, la de la corriente, y no la del inductor; de modo que hay que ir entonces aumentando el ángulo de avance. Este ángulo puede pasar en algunos casos de 60 grados. Lo mejor es montar las escobas sobre un collar que puede girar al rededor del eje del colector que es el mismo del anillo: así se puede cambiar el ángulo de avance según convenga. En la práctica se busca por tanteo el diámetro de conmutación ó sea el ángulo de avance, colocando las escobillas donde menos chispas se producen. El ángulo de avance, aumenta con la velocidad de rotación, sobre todo cuando el campo inductor es poco potente respecto al del inducido.

Obsérvese en la figura 17 que, si las líneas de fuerza estuviesen en realidad como en esa figura se ponen (lo cual supone que sea despreciable la imanación del anillo por la acción de su corriente) entonces el diámetro de conmutación sería *ba:* en el punto más alto y más bajo del anillo no habría líneas de fuerza, y aunque las hubiese no producirían el efecto de la inducción sobre los hilos exteriores, porque éstos, al pasar por *ab no cortan* á las líneas de fuerza: en esos puntos la inducción sería nula, y además ya hemos visto que en ellos se verifica el cambio de sentido de la fuerza electromotriz de inducción.

Pasemos ahora al verdadero caso práctico, *(fig.* 18*)* representan-

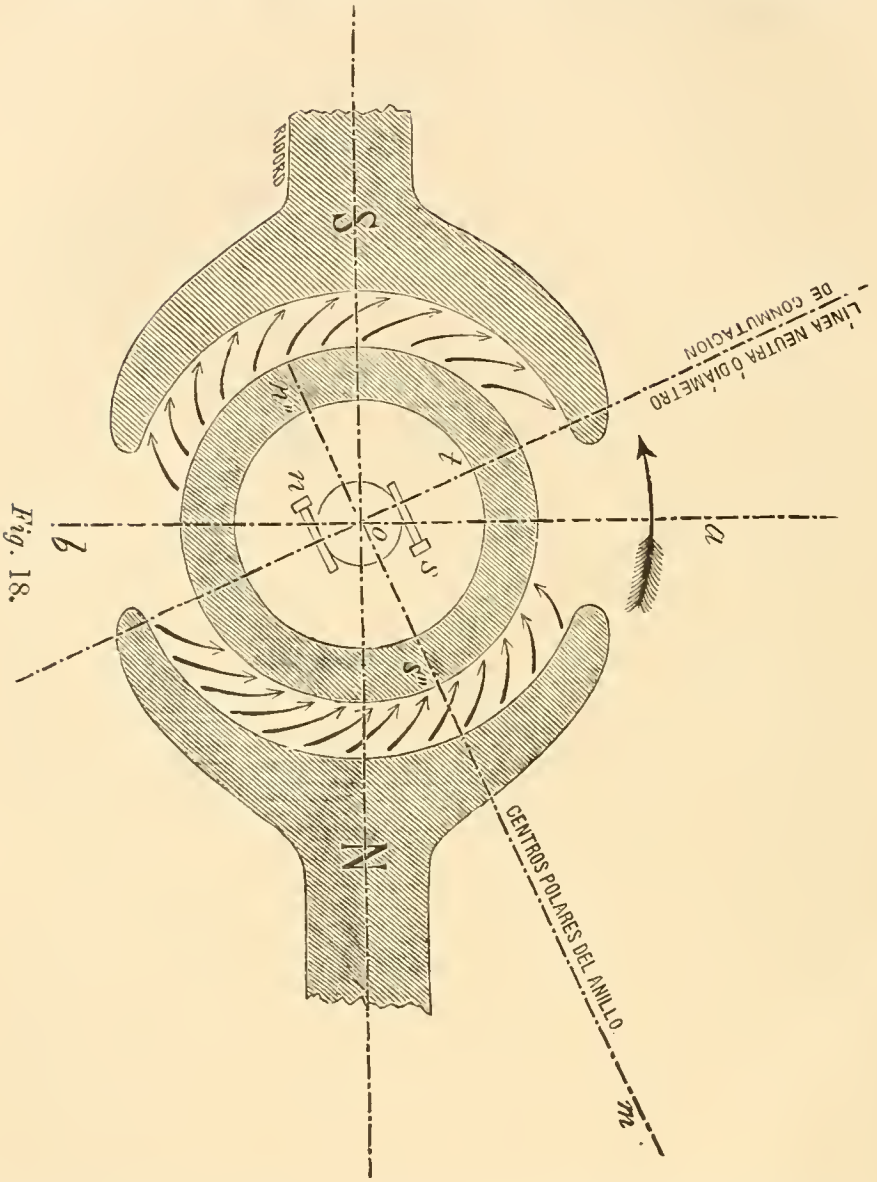


Fig. 18.

do la realidad en la figura 18. En ella se manifiesta el cambio ó de-

formación que experimentan los dos campos magnéticos inductores por consecuencia de la reacción producida por la imanación resultante del anillo y la de sus carretes. Las líneas de fuerza que emanan de la pieza polar norte *NN*, se encorvan para dirigirse á la región sur *s''* del anillo, debilitándose ese campo en su parte baja, y reforzándose en la alta. La estructura de ese campo está señalando á los ojos la posición de las escobillas ó el diámetro de conmutación.

Las escobillas deben estar situadas en los sitios en que no pueden los carretes del anillo sufrir la inducción, esto es, en la línea ecuatorial ó neutra del anillo, ó sea donde no corten los hilos exteriores de esos carretes á las líneas de fuerza del campo. La razón es clara: si cuando la escobilla pone un carrete en corto circuíto, sufre este carrete la inducción, se engendrará en él una corriente cerrada sobre sí misma: un instante después, la escobilla, por medio de la cual se cerraba ese circuíto del carrete, se separa y lo rompe, y entonces salta la chispa de la extra-corriente.

El mucho avance de las escobillas es indicio de imperfección de la máquina ó de funcionar en condiciones forzadas.

Si se exagera mucho la potencia magnética del inducido respecto de la del inductor, acabaremos por producir una notabilísima deformación del campo, una inclinación desfavorable en las líneas de fuerza, y una disminución en la fuerza electromotriz de la máquina, disminución tanto más fuerte cuanto mayor sea la intensidad. Esta es la razón por la que, en algunas dinamos de electros ya saturados, si se aumenta la intensidad de la corriente (por medio de una disminución en la resistencia exterior), sin cambiar la velocidad, veremos que en vez de permanecer constante la fuerza electromotriz

$$E = CLV \text{ volts},$$

disminuye dicha fuerza, y la característica se cae sobre el eje de las intensidades. Esa expresión nos dice que si ha disminuído E no puede ser por otra cosa sino porque ha disminuído C ya que ni hemos cambiado la velocidad V ni la longitud L del hilo inducido. Los electros los suponemos saturados: luego C disminuye, no porque

disminuya el magnetismo de los electros, sino porque el anillo ha oblicuado mucho las líneas de fuerza, y aun podrá haber echado algunas fuera del camino que recorre el hilo inducido. No olvidemos que si las líneas de fuerza se oblicuan respecto de los hilos exteriores del anillo ó hilos eficaces del anillo, y forman con estos hilos un ángulo α, la fuerza electromotriz, en vez de la expresión anterior, valdrá

$$e = C \operatorname{sen} \alpha \, LV \text{ volts},$$

que es menor que la anterior.

32. Resumen de las pérdidas ocasionadas en la transformación del trabajo mecánico en trabajo ó energía eléctricos.=Coeficientes de trasformación.

Si se mide con un buen dinamómetro de trasmisión la energía mecánica que absorbe el árbol de la dinamo, y por otra parte se mide la intensidad I de la corriente producida y la total fuerza electromotriz E, se verá, como es natural, que la energía mecánica ó potencia absorbida es mayor que la total energía eléctrica EI producida por segundo. Este déficit es consumido en fenómenos de orden mecánico, y en fenómenos de orden eléctrico.

Los primeros son: el frotamiento de los gorrones del árbol de la dinamo en sus coginetes; el frotamiento de las escobillas sobre el colector; la resistencia del aire; y las trepidaciones.

Los segundos son: las corrientes parásitas ó de Foucault; y las chispas en las escobillas, los fenómenos de self-inducción y los del mismo orden referentes al carácter ondulatorio de la corriente.

Basta la simple enumeración de esos fenómenos para que cualquiera que conozca el carácter tan complejo que presentan; y hasta su variabilidad en una misma dinamo, según las condiciones en que funciona, comprenda que el intentar someterlos al cálculo para establecer rigorosa y científicamente la ecuación de la conservación de la energía, asignando un término en esa ecuación á cada fenómeno, no solamente es cosa por extremo difícil y complicada, sino que sería prácticamente inútil.

Así hubo de suponerlo Mr. Cornu cuando, en su informe al Instituto sobre el estudio experimental del trasporte de la fuerza, englobó todos esos fenómenos en un solo término, pidiendo su valor á la experimentación. Llamó *coeficiente de transformación* á la relación entre la potencia eléctrica EI de la dinamo y la potencia mecánica absorvida por esta, cuando la dinamo se empleaba como generatriz. Cuando la máquina opera como receptriz de la potencia eléctrica para transformar esta en mecánica, también, y por las mismas causas, se presenta un déficit entre el trabajo eléctrico útil por segundo, ó potencia eléctrica útil del receptor, que vale EI (siendo E la fuerza contra-electromotriz del receptor é I la corriente) y la potencia mecánica útil de dicho receptor, medida al freno. Tendremos, pues, aquí un segundo coeficiente de transformación, resultado de dividir el trabajo mecánico obtenido al freno por el eléctrico EI. Ambos coeficientes, menores que la unidad, los representaremos respectivamente en esta Memoria por δ y δ'. No solamente no son constantes para todas las dinamos, sino que varía el valor de esos coeficientes en una misma máquina, según la velocidad, la corriente, el ajuste de las piezas, el engrasado, la posición más ó menos exacta de las escobillas, etc.

No obstante, conviene, como guía, conocer *à priori* un valor medio para esos coeficientes: conviene conocer en globo, y antes de construir una dinamo, lo que puede esperarse de ella como primera y grosera aproximación. Este coeficiente medio no tiene más valor que el que puede concederse á los que se señalan en hidráulica cuando se dice, una rueda de paletas planas tiene tal coeficiente; la de paletas curvas de Poncelet, tal otro; la turbina Fourneiron ó la Fontaine, tal otro; y la de cajones por arriba, tal otro.

Nosotros adoptamos como valor medio para δ y para δ' el número

$$0{,}87$$

En muchos casos y fórmulas dejaremos subsistir las letras δ y δ' sin asignarles valor alguno.

En dinamos muy escrupulosamente construídas, funcionando en las condiciones normales para que fueron calculadas, bien conservadas, engrasadas y cuidadas, pueden obtenerse coeficientes de transformación que pasen de 0,90. He aquí los datos que hemos deducido de las tablas de experimentación formadas por la Comisión muy competente que nombró la Academia de Ciencias de París, para estudiar las máquinas dinamo-eléctricas que funcionaban en la exposición de electricidad de 1881. Esta Comisión estaba formada por los señores Allard, Joubert, Le Blanc, Potier y Tresca. Para obtener los números de la tabla adjunta, hemos tenido á la vista los datos de la Comisión reunidos en la tabla que publicó la Revista *L'Electricien*, número 40, tomo 4., páginas 152 y 153.

Dinamo Gramme para	1	lámpara.....	0,92
Gramme para	3	»	0,62
Gramme para	5	»	0,86
Furgensen para	1	»	0,97
Maxim para	9	»	0,91
Siemens para	1	»	0,86
Siemens para	2	»	0,92
Burgin para	1	»	0,95
Siemens para	5	»	0,94
Weston para	10	»	0,95
Brush para	16	»	0,85
Brush para	40	»	0,83
Brush para	38	»	0,73

Término medio = 0,87.

A pesar de la innegable competencia de la Comisión, es seguro que hay errores en esos números, imputables á la dificultad de esas mediciones, á la imperfección de los aparatos entonces empleados para las medidas eléctricas, y, sobre todo, á los errores inevitables de todos los dinamómetros de transmisión. Seguramente es dema-

siado bajo el número 0,62 para la máquina L^5 de Gramme, y demasiado altos los 0,94, 0,95 y sobre todo el 0,97.

Si no se tiene cuidado en el engrasado de los coginetes, y sobre todo en la limpieza del colector, se disminuirá mucho el coeficiente de transformación de la dinamo. El frote de las escobillas contra el colector produce un polvo metálico finísimo que se deposita *entre* las 60 ú 80 barras del colector, las cuales están aisladas unas de otras por medio de la sustancia llamada *fibra*. Este aislamiento debe ser perfecto. El polvillo antes citado pone en comunicación más ó menos perfecta las barras del colector: la máquina entonces absorbe mucha potencia mecánica y da poca corriente: si entonces se mide el coeficiente de transformación, lo encontraremos tan bajo que podemos diputar por mala una máquina excelente, que sólo exige que se limpie el colector. Cuando decimos que la dinamo da poca corriente si las barras del colector no están bien aisladas, entiéndase que hablamos de poca corriente en el circuíto: la máquina podrá absorber mucho trabajo mecánico y dar mucha corriente; mas una gran parte de esta circulará en pura pérdida por las derivaciones que le ofrece el colector, y no por el circuíto exterior, que es donde se utiliza.

CAPITULO SEGUNDO

TEORÍA DE LA SERIE-DINAMO, APROPIADA Á LA CONSTRUCCIÓN

I

Las cinco fórmulas fundamentales en que descansa la teoría de las máquinas dinamo-eléctricas.

33. Fórmula de la fuerza electromotriz de la dinamo.

Cuando se tiene un hilo metálico recto, perpendicular á las líneas de fuerza de un campo magnético uniforme, y lo movemos perpendicularmente al plano determinado en cada instante por dicho hilo y por las líneas de fuerza que lo corten, nace en el hilo una fuerza electromotriz.

Representando por E dicha fuerza, en volts;

» por L la longitud del hilo, en metros;

» por C la intensidad del campo magnético, en las unidades ya convenidas; y

» por V la velocidad con que movemos el hilo, en metros; el valor de la fuerza electromotriz, será

$$E = C\,L\,V \text{ volts.}$$

Se supone que todo el largo L del hilo está dentro del campo magnético.

Para usar esa fórmula, es preciso que tomemos por unidad de campo magnético la ya convenida, ó sea la de aquel campo, en el cual un hilo de un metro de largo, moviéndose con la velocidad de un metro por segundo, en las condiciones arriba impuestas, produzca la fuerza electromotriz de un volt. Todos los campos que podemos producir en las más poderosas dinamos, son menores que esta unidad.

Sabido es que en los dinamos de anillo-Gramme, hay una gran parte del hilo inducido (ó sea del hilo que recubre al anillo), que no sufre la inducción: tal es toda la parte del hilo que recubre la superficie interna del anillo, porque dentro de éste no hay campo magnético; y tal es también toda la parte de hilo que recubre las dos coronas, bases del anillo, porque esta parte del hilo se mueve en un plano paralelo á las líneas de fuerza, caso en que la inducción es imposible.

La única porción del hilo inducido que sufre la inducción, es la que cae sobre la superficie exterior cilíndrica del anillo: todos los trozos de hilo de esta parte, que son rectos y paralelos á las generatrices del anillo, son los que sufren la inducción, y por esto los llamamos *eficaces para la inducción*, y también *hilos exteriores*.

Si bien es verdad que todos los hilos exteriores son eficaces para la inducción, la fuerza electromotriz total, en ellos creada por el movimiento, no corresponde más que á la mitad de la suma de las longitudes de los hilos exteriores. La razón es muy clara: las dos escobillas dividen al total hilo del anillo en dos partes iguales: cada parte engendra su corriente y la envía á la escobilla positiva; de modo que las dos mitades del total hilo inducido funcionan como dos pilas iguales, cuyos dos polos positivos se reunen en uno, que es la escobilla positiva, y por el otro lado hacen lo mismo los polos negativos en la escobilla negativa; y así como en esta batería voltáica la fuerza electromotriz es la que corresponde á una sola de las pilas, del mismo modo la fuerza electromotriz, engendrada en el total hilo in-

ducido de la dinamo, es solamente la que corresponde á la mitad de los hilos eficaces ó exteriores.

Examinadas las proporciones de las partes útiles é inútiles del inducido, en las máquinas bi-polares de anillo-Gramme, resulta la siguiente distribución, que nos va á servir después de guía.

Longitud total del hilo inducido.....	L metros.
Longitud eficaz para la inducción.....	$0{,}4\ L$ »
Longitud útil para la fuerza electromotriz....	$0{,}2\ L$ »
Longitud inerte (resistencia perjudicial.)....	$0{,}6\ L$ »

Resulta de ese cuadro que en las dinamos del mencionado tipo la fórmula que nos ha de dar el valor de la fuerza electromotriz no es la fórmula anterior, sino la siguiente, práctica:

$$E=0{,}2\,C\,L\,V \text{ volts.}$$

Es claro que en otras dinamos (inducido de tambor, id de disco), no se utilizarán precisamente los dos décimos de L: en general será algo más; y por esto nosotros, en los cálculos generales, aplicables á todos los tipos de corriente continua, usaremos la fórmula

$$E=K\,C\,L\,V \text{ volts}..... \quad (A)$$

donde ya sabemos que K representa la fracción del total hilo inducido, que es útil para la fuerza electromotriz, y que en la dinamo-Gramme vale 0,2.

34. Fórmula de la total energía eléctrica, producida por segundo.

Representaremos por L la longitud total en metros del hilo inducido, como ya hemos dicho: por r la resistencia eléctrica en ohms, del hilo inducido: por r' la resistencia eléctrica, en ohms, del hilo inductor que excita los electros que forman el campo magnético: por a, la relación entre r' y r, de modo que siempre se tendrá:

$$r'=a\,r:$$

por R la resistencia, en ohms, del circuíto exterior de la serie-dinamo, resistencia que, como sabemos, está colocada entre los polos ó *bornes* de la máquina: por I, la intensidad de la corriente engendrada: por T_t, la potencia de la dinamo, ó sea la total energía eléctrica que la dinamo produce en cada segundo de tiempo.

La energía T_t, podemos expresarla de tres modos, de los cuales tomaremos el que nos convenga en cada caso:

$$T_t = EI = \frac{E^2}{R+r+ar} = (R+r+ar)I^2 \ldots\ldots\ldots \quad (B)$$

Pero hay que advertir que la tercera expresión $(R+r+ar)I^2$ no es aplicable más que cuando toda la energía que circula por el hilo exterior R se convierte en calor, ó lo que es lo mismo, cuando en el circuito exterior no se vence á ninguna fuerza contra-electromotriz. En otro caso, R representará la suma de la resistencia exterior, que existe, y de otra ficticia *equivalente* á la fuerza contra-electromotriz.

(Véase nota, pág. 53.)

35. La fórmula de Ohm.

La fórmula de Ohm, aplicada á nuestra dinamo, dará

$$E = (R+r+ar)\,I \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (C)$$

la cual está comprendida en la anterior (B).

36. Fórmula de la resistencia del hilo inducido.

Sabemos que la resistencia eléctrica de un hilo de longitud L metros, de sección transversal s metros cuadrados, formado de un metal, cuya resistencia específica llamamos ρ, vale

$$\frac{\rho\, L}{s} \text{ ohms.}$$

Pero sucede que en la dinamo, la corriente no recorre el hilo inducido en toda su longitud L, sino que va de la escobilla negativa á la

positiva: la mitad de la corriente engendrada recorre la mitad del hilo, y la otra mitad recorre el otro medio; de modo que, en realidad, tenemos en el anillo una corriente I que recorre un hilo, cuya longitud es de $\frac{L}{2}$ metros, y cuya sección es $2\ s$: luego la resistencia que ofrece el hilo inducido á la corriente engendrada será

$$r = \frac{\rho\ L}{4\ s} \text{ ohms} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ (D)$$

En las dinamos no se emplea más que hilo de cobre: entonces el valor del coeficiente ρ es 0,000.000.02 ohms.

No se olvide que s representa la sección del hilo inducido en *metros cuadrados*. Las letras aceptadas para representar valores no las cambiaremos en toda la Memoria.

37. Fórmula de la densidad de corriente.

Cuando una corriente, cuya intensidad es I, circula por un hilo cuya sección es s, se llama *densidad de corriente* á la relación

$$\frac{I}{s}\ .$$

Representando pues, por d dicha densidad, tendremos

$$I = s\ d$$

Pero como en la dinamo sucede que la corriente I se bifurca en la escobilla negativa, marchando cada mitad de I á la positiva por la mitad del hilo inducido, resulta que la fórmula anterior, aplicada á la dinamo, se ha de escribir así:

$$I = 2\ s d \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ (F)$$

La introducción del número d, en las fórmulas que hayan de aplicarse más tarde á la construcción de las dinamos, es indispensable; porque una máquina de esta clase no puede funcionar con una densidad de corriente, que exceda mucho de un límite, cuyo valor fija-

remos más adelante. En efecto, nada más fácil que destruir una buena dinamo en pocos minutos, si se la hace funcionar con una densidad de corriente, muy superior á aquella para la cual se ha calculado. Además de esto, importa mucho conocer qué clase de influencia tiene la densidad de corriente sobre el rendimiento de la dinamo, sobre el trabajo útil, sobre el volumen de la máquina, etc., *antes de contruirla*.

De esas cinco fórmulas fundamentales (*A*), (*B*), (*C*), (*D*), (*F*), se desprende toda la teoría de la dinamo, sin que quede ningún elemento por determinar, ni ninguna función de la máquina; si bien todo no tendrá más que un carácter de aproximación suficiente para la construcción de estas interesantes máquinas. Expondremos rápida y sintéticamente la teoría más simplificada posible, con el objeto de presentarla al lector en conjunto y de una sola ojeada, en el artículo siguiente *.

Después, en otro artículo, se ampliarán y discutirán los puntos de la teoría que lo necesiten, y se deducirán los teoremas que hay conocidos sobre las dinamos: teoremas que, dado el método que seguimos, se presentarán muchas veces como meros corolarios de fórmulas demostradas.

Es verdad que en trabajos sueltos de mucho mérito, publicados en Boletines, Memorias y Revistas, no se introduce en los cálculos la densidad *d* de corriente; pero es porque sus autores se quedan siempre en el terreno especulativo, y alguna vez llegan á consecuencias que son prácticamente imposibles de realizar.

---

* En todo rigor científico, las verdaderas fórmulas fundamentales para la teoría, no son más que dos: la (*A*) y la (*C*).

La (*B*) es consecuencia de aquellas; y las (*D*) y (*F*) son condiciones impuestas para satisfacer á necesidades de la práctica.

II

Deducción de las principales fórmulas relativas al inducido.

38. El problema de la construcción de una dinamo.

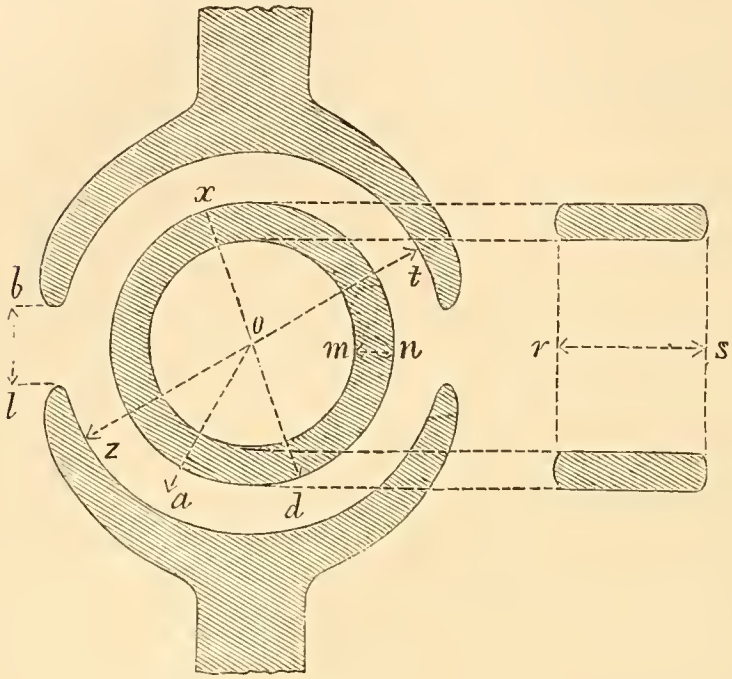
El problema general de la construcción de una dinamo, cuando se plantea en sus términos lógicos, puede enunciarse así:

«Calcular todos los elementos de una dinamo, destinada á producir una corriente I dada, al través de una resistencia exterior R dada, y marchando á una velocidad de V metros por segundo.»

Dos importantes advertencias hay que hacer.

Primera.—De lo expuesto en los precedentes artículos se desprende que la velocidad V que entra en la fórmula fundamental *(A)* y en todas las que hemos de deducir, es la *velocidad lineal* con que giran ó se mueven los hilos *eficaces* del inducido, y esta misma velocidad hay que entender siempre cuando se diga «*velocidad de la dinamo.*» Ya sabemos que los hilos eficaces son los que recubren de una ó más capas, la superficie cilíndrica exterior del anillo; pero, ¿con qué velocidad lineal giran esos hilos eficaces? Es evidente que los que ocupan la capa de menor radio, los que tocan á la superficie externa del anillo, tienen menor velocidad lineal que los de la capa más exterior que están casi rozando con las piezas polares. Será preciso aceptar una velocidad media entre unos y otros hilos eficaces. Tomaremos como velocidad media del inducido la del hilo eficaz ó exterior que corre por en medio del campo magnético, ó sea la del hilo eficaz intermedio. El juego que se deja entre las piezas polares y el inducido, es solamente de unos tres milímetros, pero puede llegar á cinco, si la velocidad es muy grande. Llamaremos *radio me-*

dio del inducido á la distancia entre el eje de rotación de la dinamo, y el punto medio del espesor del campo magnético. En la *fig.* 19



xd diámetro exterior del anillo.
mn espesor del anillo.
rs largo del anillo.
oa radio medio del inducido.
zt diámetro entre las piezas polares.
lb distancia entre los bordes de las piezas polares.

Fig. 19.

el radio medio del inducido es *oa*. Nosotros le designamos siempre por r_m.

La velocidad V será siempre la velocidad lineal del extremo del radio medio del inducido.

Inútil nos parece añadir que, si se quiere obtener la velocidad

angular con que gira la dinamo, no hay más que dividir nuestra V por r_m. El número N de vueltas que dará la dinamo, por minuto, será

$$N = \frac{60\ V}{2\,\pi\,r_m} \text{ vueltas por minuto.}$$

Segunda. — El problema enunciado podría muy bien haberse planteado en sus naturales términos, dando, en vez de la resistencia exterior R, la diferencia de potenciales que ha de haber entre los polos de la dinamo, ó bien el trabajo útil que esta ha de hacer.

Pues bien: esos casos quedan comprendidos en el enunciado general con que principia este artículo, como vamos á ver.

Supongamos que la máquina deba producir I amperes, marchando á la velocidad V metros, y que deba producir entre sus polos una diferencia de potenciales de e volts, cuando funcione sobre su resistencia normal exterior. Representemos por R la resistencia exterior (ahora desconocida), equivalente * á e, en la cual se han de consumir ó gastar los e volts. Tendremos

$$e = R\,I:$$

Y como conocemos e y también I, porque son datos, conocemos R, y ya estamos en el caso del enunciado primero.

Supongamos que se nos dan, como antes, I y V: pero que en vez de R se nos da el trabajo eléctrico útil T_u kilográmetros por segundo, que debe de hacer la dinamo normalmente. Entonces, según la fórmula *(B)* de la página 94, podremos establecer esta ecuación:

$$T_u = \frac{R\,I^2}{10}$$

de donde despejaremos R, y estaremos en el caso general:

El trabajo T_u se llama *trabajo útil* y también *trabajo exterior:*

---

* Véase la nota de la página 53.

es el trabajo eléctrico que se hace en el circuito exterior de la dinamo, entre los dos polos ó *bornes* de esta.

39. Sección s del hilo inducido.

La sección s del hilo inducido viene dada inmediatamente por la fórmula fundamental *(F)*.

$$s = \frac{I}{2d} \text{ metros cuadrados} \ldots\ldots \ldots\ldots \quad (1)$$

40. Longitud L del hilo inducido.

La eliminación de s, r y E entre las ecuaciones ó fórmulas fundamentales *(A)*, *(D)*, *(C)* y *(F)*, nos dará

$$L = \frac{RI}{KCV - 0{,}5\,(a+1)\,\rho d} \text{ metros} \ldots\ldots \quad (2)$$

41. Fuerza electromotriz de la dinamo, ó sea E.

Si en la ecuación fundamental *(A)* ponemos en vez de L el valor (2) que acabamos de obtener, resultará:

$$E = \frac{KCRIV}{KCV - 0{,}5\,(a+1)\,\rho d} \text{ volts} \ldots\ldots \quad (3)$$

42. Diferencia e de potenciales entre los polos de la dinamo.

La diferencia e, será, según la ley de Ohm,

$$e = RI \text{ volts} \ldots\ldots \quad (4)$$

43. Potencia eléctrica total T_t de la dinamo, ó energía eléctrica que producirá en cada segundo, en función de los datos.

Según la fórmula fundamental *(B)*, dicha potencia valdrá EI; y poniendo en esta expresión, en vez de E su valor (3), ya determinado, resultará

$$T_t = \frac{KCVRI^2}{KCV - 0{,}5\,(a+1)\,\rho d} \text{ watts} \ldots\ldots \quad (5)$$

44. Potencia útil T_u de la dinamo, en función de los datos.

Es el trabajo ó energía eléctrica utilizable, en cada segundo,

entre los polos de la dinamo. Vale, según la última expresión de la fórmula *(B)*, ó según la fórmula de Joule,

$$T_u = RI^2 \text{ watts} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (6)$$

45. Rendimiento eléctrico K_e de la dinamo, en función de los datos.

Se llama *rendimiento eléctrico* de una dinamo á la relación entre su potencia útil T_u y su potencia total T_t. Las ecuaciones (5) y (6) nos darán el valor del rendimiento electrico K_e.

$$K_e = 1 - \frac{0{,}5\,(a+1)\,\rho d}{KCV} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (7)$$

46. Volumen metálico B del inducido.

Así se llama al volumen del cobre que constituye el hilo inducido, sin contar la capa aisladora de algodón y betún de Judea que recubre dicho hilo para que sus vueltas ó espirales sobre el anillo estén perfectamente aisladas unas de otras. El volumen B es evidentemente el producto de s por L: multiplicando, pues, los valores de s y de L, dados por las fórmulas (1) y (2), tendremos:

$$B = \frac{RI^2}{2KCVd - (a+1)\,\rho d^2} \text{ metros cúbicos} \ldots\ldots (8)$$

47. Volumen total M del inducido.

Así llamaremos al volumen total del hilo inducido después de colocado ya sobre el anillo: en este volumen M se comprende el volumen del cobre, el de la envoltura aisladora que recubre á dicho hilo, y el de los intersticios y faltas de ajuste que forzosamente quedan entre las espirales ó vueltas. Para disminuir estas últimas causas de exceso de volumen, algún constructor emplea hilo de sección rectangular, sobre todo cuando ha de ser muy grueso el hilo. Máquinas hay en que los hilos *eficaces*, ó exteriores al *anillo*, están constituídos por verdaderas barras de cobre, aisladas unas de otras con amianto ó con fibra.

Sea h * la relación que hay entre la sección trasversal total del hilo inducido (metal y envoltura), y la sección metálica s. El volumen total del hilo inducido, será Bh; y, poniendo en esta expresión en vez de B su valor (8) ya determinado, resultará todavía un valor inferior al buscado M, porque M ha de comprender también los intersticios y faltas antes mencionados. El verdadero volumen M es próximamente $\frac{4}{3}$ de Bh. Podemos, pues, escribir:

$$M = \frac{\frac{4}{3} hRI^2}{2KCVd - (a+1)\rho d^2} \text{ metros cúbicos} \ldots\ldots (9)$$

48. Resistencia eléctrica r del hilo inducido, en función de los datos.

Combinando, por eliminación de E, L, y s, las cuatro ecuaciones fundamentales (A), (C), (D) y (F), resultará:

$$r = \frac{R\rho d}{2KCV - (a+1)\rho d} \text{ ohms} \ldots\ldots\ldots\ldots (10)$$

49. Potencia total T_t de la dinamo, en función del volumen metálico B del inducido.

La combinación de las fórmulas (5) y (8) nos dará el valor T_t en función de B.

$$T_t = 2KdCVB \text{ watts} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (11)$$

relación notabilísima que resume la más elegante demostración de un teorema que en forma de leyes enunció por primera vez M. Marcel Deprez, aunque olvidando sujetarlo á ciertas prescripciones que se indicarán cuando tratemos de desentrañar todas las enseñanzas que esta serie de fórmulas encierra.

---

* El valor de h varía con el diámetro del hilo: cuando se determina ese diámetro por la fórmula (1), se busca el valor de h en los catálogos de las fábricas de hilos y conductores, porque también varía de una fábrica á otra, y aun en una misma según la clase de la envoltura aisladora.

50. Potencia útil T_u de la dinamo, en función del volumen metálico B del inducido.

Repitiendo con la potencia útil T_u lo que acabamos de hacer con T_i obtendremos:

$$T_u = 2\,K\,C\,V\,d\,B - (a+1)\,\rho\,d^2\,B \text{ watts} \ldots\ldots \quad (12)$$

Esta fórmula entraña también el teorema de Mr. Deprez á que antes hemos aludido, pero de un modo más prácticamente útil, porque lo que más importa en una dinamo, no es la potencial total, sino la útil. De poco sirve una dinamo, que en las condiciones normales de trabajo tenga mucha potencia total, si una gran parte de ella la consume dentro de sí misma, esto es, si tiene pequeño rendimiento eléctrico.

51. Esfuerzo tangencial eléctrico F de la dinamo, en función de los datos.

El anillo de la dinamo gira bajo la acción de un esfuerzo mecánico tangencial que proviene del motor (máquina de vapor, rueda hidráulica, fuerza muscular, etc.) Este esfuerzo tangencial, si lo referimos *al extremo del radio medio del inducido* r_m (véase número (38), es en cada instante igual al esfuerzo resistente del inducido, referido al mismo punto. Pero este esfuerzo resistente del inducido se compone de tres sumandos: uno es factor del trabajo del rozamiento de los gorrones del árbol de la dinamo en sus coginetes, frotamiento de las escobillas, resistencia del aire, vibraciones, etc.; esto es, pertenece al orden de resistencias puramente mecánicas: otro corresponde á un orden de resistencias puramente eléctricas, á un trabajo eléctrico que es tan perdido como el anterior, (corrientes parásitas, self-inducción, etc.): el tercero, finalmente, es el esfuerzo correspondiente al trabajo eléctrico ó energía eléctrica que la dinamo engendra y hace circular en el circuíto. Este *último esfuerzo* ó sumando, aplicado, volvemos á repetir, al extremo del radio medio r_m del inducido, es lo que llamaremos *esfuerzo tangencial eléctrico,* sobre el cual llamó la atención Mr. Deprez antes que nadie, haciendo

ver de qué modo podían relacionarse las cantidades mecánicas con las eléctricas. Cierto es que todo esto estaba contenido en las fórmulas de las acciones electro-magnéticas y de la inducción, que todos los líbros de física traen; pero algún mérito supone el sacarlo de allí aplicándolo á las dinamos, dándole formas convenientes, y vulgarizándolo entre los ingenieros mismos que aminoran el mérito del que, por el solo hecho de marchar delante, se puede considerar como maestro. Precisamente Mr. Deprez, más práctico que teórico, más ingeniero que físico, es tal vez el que mejor ha estudiado la dinamo, mirando siempre la teoría por su lado más práctico ó más industrial.

Representemos por F el esfuerzo tangencial eléctrico expresado en kilogramos. La energía eléctrica total que por segundo produce la dinamo viene dada por la fórmula (5) y por la (11).

La parte del trabajo mecánico absorbido por segundo por la dinamo, y que se transforma completamente en la energía eléctrica T_t, es FV kilográmetros, ó bien 10 FV watts. Tendremos pues:

$$T_t = 10\ FV \text{ watts} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ (a)$$

Si en esta ecuación ponemos por T_t su valor (5), ó bien el (11), tendremos estas dos expresiones del esfuerzo F:

$$\left.\begin{array}{ll} F = \dfrac{KCRI^2}{10\ KCV - 5\ (a+1)\ \rho\ d} & \text{kilogramos} \\ F = 0{,}2\ d\ KCB & \text{kilogramos} \end{array}\right\} \ldots\ (13)$$

52. La pérdida Y de energía eléctrica, por segundo, en el interior de la dinamo (hilo inducido é hilo inductor).

Si de la energía eléctrica total T_t, que la dinamo produce en cada segundo, restamos la que por segundo se utiliza en el circuíto exterior, tendremos la expresión de la pérdida Y de energía que buscamos. Restando, pues, del valor (11) el (12) resultará:

$$Y = (a+1)\ \rho\ d^2\ B \text{ watts} \ldots\ldots\ldots\ldots\ (14)$$

53. La pérdida Z de energía eléctrica por segundo, en el inducido solo.

En vez de buscar el valor de Z directamente, seguiremos el camino más corto, que es deducirlo de la fórmula anterior.

Recordemos que la letra a representa (núm. 34) la relación $\frac{r'}{r}$ entre la resistencia del hilo inductor, r', y la r del inducido. Si queremos que la expresión (14) nos dé solamente la pérdida de energía correspondiente al hilo inducido, no hay más sino hacer en esa fórmula (14) $r'=o$, lo cual supone que $a=o$.

Haciendo pues $a=o$ en la fórmula (14), resultará:

$$Z=\rho\, d^2\, B \text{ watts} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (15)$$

Es cosa notable que la energía Z, transformada en calor en el hilo inducido, no depende ni del largo ni de la sección de dicho hilo, ni, por tanto, de la resistencia de este, mientras permanezcan constantes la densidad d de corriente y el volumen metálico B del hilo. En cuanto á ρ, coeficiente de resistencia del cobre, ya sabemos que, prescindiendo del cambio de temperatura, no varía, y vale 0,000.000.02 ohms.

54. El coste H del esfuerzo estático.

Mr. Deprez ha dado este nombre á la energía eléctrica perdida en el hilo inducido (transformada en calor) por cada kilogramo de esfuerzo eléctrico tangencial obtenido; en términos algebráicos, llama coste del esfuerzo estático á la relación $\frac{Z}{F}$. Como nosotros tenemos ya conocidos ambos valores, su relación será:

$$H=\frac{\rho\, d}{0{,}2\, K\, C} \text{ watts} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (16)$$

El conjunto de estas 16 fórmulas contiene todas las leyes, principios y teoremas de la dinamo. Su deducción ha sido breve por el encadenamiento con que las hemos presentado.

Mr. Marcel Deprez, fué el primero que dedujo la fórmula (16), y la presentó bajo esta forma

$$\frac{g\,\rho\,d}{C},$$

ó bien, poniendo por g (aceleración de la gravedad) su valor aproximado 10,

$$\frac{10\,\rho\,d}{C} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (a)$$

Esta expresión difiere de la nuestra que es, (multiplicando por 10 los dos términos del quebrado (16))

$$\frac{5\,\rho\,d}{K\,C} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (b)$$

Veamos en qué consiste la diferencia entre ambas expresiones.

Al deducir Mr. Deprez su expresión (a) considera un caso ideal, en que la corriente pasa toda por el hilo inducido, y toma, por tanto, como densidad de corriente $\frac{I}{s}$, siendo así que en el caso práctico de la dinamo, la densidad de corriente es $\frac{I}{2\,s}$: de aquí la diferencia que se nota de un factor 2.

Nuestra expresión (b) tiene el coeficiente K que representa, como sabemos, en la máquina Gramme, la fracción 0,2 del total hilo del anillo. Este coeficiente es 1 en la fórmula de Mr. Deprez, porque en su caso ideal toda la longitud del hilo se supone útil para desarrollar la fuerza electromotriz.

Mr. Deprez, al concluir de deducir su fórmula ó expresión (a), establece la siguiente ley: «El coste del esfuerzo estático es independiente de la resistencia de los hilos y no depende más que de la densidad de la corriente, de la intensidad del campo magnético, y de la resistencia específica del metal del hilo». Esto es exacto en el caso

especial en que se coloca Mr. Deprez para deducir su fórmula, y aun en el caso práctico de las dinamos, siempre que se trate de máquinas *semejantes*, porque claro está que entonces K es constante para *todas esas dinamos*. Mas esa ley no puede generalizarse ó aplicarse á varias máquinas distintas, que darán distinto valor para K.

55. Valor de la densidad d de la corriente de una dinamo.

Es muy importante conocer el valor ó expresión de d en función de las resistencias del circuito r, r' y R, y de la velocidad V de la dinamo.

La expresión de d es indispensable para el complemento de la teoría de la dinamo, en el caso en que no se impone al funcionamiento de esta ninguna restricción práctica relativa á la densidad, caso que ciertamente es más teórico que práctico, pero que conviene estudiar.

Para buscar el valor de d recurriremos á las cuatro fórmulas fundamentales (A), (C), (D) y (F) que son:

$$E = KCLV$$
$$E = (R + r + r')\ I$$
$$r = \frac{\rho\, L}{4\, s}$$
$$I = 2\, s\, d$$

Eliminando entre ellas las cantidades E, s, I, L, resulta:

$$d = \frac{2\, KC}{\rho} \times \frac{r\, V}{R + r' + r} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (17)$$

Esta importante fórmula nos da la condición que hay que satisfacer para conseguir que la densidad de corriente no varíe en una dinamo cuyo campo magnético C se supone constante. Para que d no varíe es preciso que

$$\frac{r\, V}{R + r' + r} = \text{constante} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (m)$$

Supongamos una dinamo que marcha con la velocidad V: queremos que marche con la velocidad $\frac{4}{3}\ V$ y que la densidad de corriente no cambie: se supone que es una magneto, ó una dinamo de excitación independiente, ó una dinamo en serie que funcionaba ya con los electros saturados: tres cosas que equivalen á decir que el campo magnético no variará aunque *crezca* la corriente. Se pregunta: ¿qué resistencia exterior R' deberemos poner?

Para contestar á esta pregunta pondremos la siguiente ecuación:

$$\frac{rV}{R+r'+r} = \frac{r \times \frac{4}{3} V}{R'+r'+r}$$

ó

$$R' = \frac{4}{3} R + \frac{1}{3}(r+r')$$

ó bien

$$R' = R + \frac{1}{3}(R+r'+r).$$

Lo que nos dice que la nueva resistencia exterior R' ha de ser la antigua R, mas $\frac{1}{3}$ de la total antigua, que era $(R+r'+r)$. En general, cuando aumenta la velocidad V en $\frac{1}{n}\ V$, la resistencia exterior ha de aumentar en $\frac{1}{n}$ de la antigua total.

56. Nueva expresión del coste H del esfuerzo estático.

A favor de la fórmula (17) podemos dar al coste del esfuerzo estático una forma que presenta cierta novedad é interés. Sustituyendo en la fórmula (16) el valor de d (17), tendremos:

$$H = 10 \frac{Vr}{R+r'+r} \text{ watts} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (18)$$

57. El coste total J del esfuerzo estático.

Mr. Deprez, al calcular el coste del esfuerzo estático, y al definirlo, no se refiere más que al coste de energía en el hilo inducido: como que considera un hilo inducido moviéndose, por ejemplo, en un campo magnético formado por imanes. Nos parece conveniente hallar la energía total perdida en la serie-dinamo por segundo y por kilogramo de esfuerzo tangencial eléctrico, cosa que, dado el método que seguimos, no puede ser más fácil. Siguiendo la misma denominación dada por Mr. Deprez, llamaremos coste total del esfuerzo estático á la relación entre Y y F, valores dados respectivamente por la fórmula (14) y segunda de las (13).

Así tendremos

$$J = \frac{(a+1)\,\rho\,d}{0{,}2\,K\,C} \text{ watts.} \qquad (19)$$

Desentrañemos ahora las enseñanzas que encierran esas 19 fórmulas y que interesen á la construcción de las máquinas dinamo-eléctricas, á sus funciones, y á su potencia. Al mismo tiempo discutiremos é interpretaremos las fórmulas que lo necesiten: determinaremos los valores de los coeficientes que en ellas entran, ó señalaremos los límites entre los cuales pueden oscilar sin inconveniente.

Esta discusión nos parece la mejor manera de poner en claro el papel que juega en las funciones de la máquina cada uno de los elementos que en ella entran.

III

Estudio de los cuatro coeficientes

C, K, d, a.

---

58. El coeficiente *C*. Medida práctica de la intensidad *C* del campo magnético.

Hemos tratado con extensión del campo magnético en un artículo especial, y allí vimos que su intensidad, designada siempre por la letra *C*, depende *exclusivamente* en una máquina dada, ó en un electro dado, de la intensidad *I* de la corriente excitadora, la cual corriente depende á su vez de la velocidad V de marcha, y de la resistencia *R*. De manera que *C* es constante, cuando no cambian ni V ni *R*, pero *variable*, cuando varían estas dos cantidades.

Una dinamo se ha de calcular para las condiciones normales en que ha de funcionar; y para este régimen normal todo es constante, y por lo tanto, *C*. Este valor constante ó normal de *C*, está en nuestra mano elegirlo: depende de nuestra voluntad. En efecto, la intensidad *C* del campo magnético tiene por expresión ó valor aproximado,

$$C = \frac{NI}{\alpha + \beta NI} \text{ unidades convenidas} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (20)$$

Aunque no podemos disponer de *I*, porque lo suponemos impuesto por el mismo enunciado del problema, ni de α y β, que dependen de

las dimensiones, forma y naturaleza del hierro que forma el alma de los electros, podemos disponer de N, ó sea del número de vueltas que da el hilo inductor al rededor del electro. Por esto decimos que C depende de nuestra voluntad, bien entendido, en ciertos límites y sin llegar á la saturación de los electros. Antes de pasar adelante, veamos cómo se puede medir experimentalmente la intensidad C del campo magnético de una serie-dinamo *dada*, que suponemos trabajando en las condiciones normales, para las cuales se ha calculado. Las dos ecuaciones fundamentales (A) y (C) que son:

$$E = K C L V \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (A)$$
$$E = (R + r' + r) I \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (C)$$

dan, por eliminación de E,

$$C = \frac{(R + r' + r) I}{K L V}.$$

Luego, conociendo ó midiendo en ohms la resistencia total $(R + r' + r)$; la intensidad I, en ampéres, que nos la da un amperómetro intercalado en el circuíto; el coeficiente K del hilo inducido; que vale, como sabemos, 0,2 en las máquinas bipolares Gramme; la longitud total L del hilo inducido; y la velocidad lineal V de la dinamo en metros, conoceremos por la fórmula anterior el valor del campo magnético C, expresado en las unidades práticas que hemos adoptado, y cada una de las cuales vale 10.000 unidades de intensidad del campo del sistema *C. G. S.*

Mr. Deprez ha determinado en muchas máquinas el valor del campo magnético, siguiendo otro camino: midiendo el esfuerzo tangencial de la dinamo, en el estado estático, esto es, el esfuerzo con el cual tiende á girar el anillo, bajo la acción de una corriente extraña: ó pesando el esfuerzo, como él mismo dice. Este ingeniero encontró, para valor C, la fracción $\frac{1}{4}$, en los campos más poderosos que pudo

obtener. Posteriormente, Edison, según hemos visto anunciado, ha ha obtenido un campo, cuyo valor *medio* es $\frac{1}{3}$, en varias dinamos. Después de esto, hemos leído que se han obtenido campos que valen hasta 0,38. Según Mr. Deprez, el campo magnético ordinario de las dinamos Gramme, en sus condiciones normales, es $\frac{1}{6}$, pudiendo aumentar, si aumenta la corriente.

Este número, $\frac{1}{6}$, será el que adoptaremos como tipo ó valor normal de nuestros cálculos, sin que esto quiera decir que no pueda tomarse uno mayor, 0,20, por ejemplo, y aun en ciertos casos, 0,25. La elección del número $\frac{1}{6}$ está motivada en las consideraciones siguientes. En primer lugar, no conviene que, por conseguir ciertas ventajas de otro género *, busquemos un campo muy intenso, trabajando en las condiciones normales con los electros saturados. Si en marcha normal se trabaja con los electros saturados en una serie-dinamo, y las circunstancias nos impulsan á trabajar con una corriente superior á la normal (permitiéndolo el valor normal de *d*, se entiende), tendríamos un gasto inútil de energía en el hilo inductor; porque es claro que el aumento de corriente no podría producir ningún aumento de magnetismo en electros que estaban saturados ya. Con el campo $\frac{1}{6}$ tendremos una especie de *elasticidad*, y podremos trabajar en las condiciones relativas al trozo recto de la característica, *casi* en la *rodilla*, trozo en el cual la serie-dinamo tendrá un campo *C*, que es próximamente proporcional á *I*.

Veamos lo que nos dicen las fórmulas deducidas en el artículo anterior. Precisamente para que se presten á esta y otras consultas,

---

* Economía en la construcción (por la pequeñez de la máquina), y ventaja en el rendimiento eléctrico.

las hemos deducido bajo una forma no usada, y tal que presenten á los ojos del constructor los elementos que pueden interesar á este, en función de los coeficientes *elegibles* y de los datos del problema general de la construcción. Así se podrá ver qué influencia tiene la elección que se haga de los coeficientes, qué influencia ejercen los datos del problema, cuando estos no le sean impuestos por las circunstancias, y el constructor pueda libremente elegirlos.

Inútil es advertir que para ver la influencia que sobre un elemento de la máquina, ó sobre toda ella, ó sobre una expresión algebráica, tiene la variación de una determinada cantidad, es preciso suponer que, cuando esta varíe, todas las demás cantidades que allí entren permanecen constantes. La fórmula (2)

$$L = \frac{RI}{KCV - 0{,}5\ (a+1)\ \rho\, d} \text{ metros} \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (2)$$

nos dice que, cuanto mayor valor elijamos para C, menor será L, esto es, menos longitud de hilo inducido necesitará la máquina para satisfacer al enunciado del problema general de la construcción.

La fórmula (8), que es

$$B = \frac{RI^2}{2\,KCVd - (a+1)\,\rho\, d^2} \text{ metros cúbicos} \ldots\ldots \quad (8)$$

nos dice que, dados ó impuestos R, I, V, y elegidos y fijados a y d, el volumen metálico B del hilo inducido, será tanto menor cuanto mayor sea el valor que demos á C; y no solamente con un gran valor de C se obtendrá economía en cobre, sino que la máquina será más pequeña, porque el volumen de la máquina puede decirse que es proporcional á B, según más adelante diremos.

Mirada, pues, la cuestión bajo el punto de vista de la baratura de la máquina ó economía de la construcción, conviene tomar á C, tan grande como se pueda.

Consultemos ahora la economía de marcha ó economía de fuerza

motriz, que bien pudiera suceder que la máquina más barata no fuese la que más barata produjese la energía eléctrica.

Consultemos la fórmula (7) del rendimiento eléctrico K_e:

$$K_e = 1 - \frac{0{,}5(a+1)\rho d}{K C V} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (7)$$

De la cual se concluye que precisamente la máquina más pequeña, la que se calcule con mayor valor para C, es la que dará, en igualdad de todas las demás condiciones, mayor rendimiento eléctrico.

Entre las razones aducidas en favor del campo máximo, y las que aconsejan, en general, no basar sobre esto el cálculo de la máquina, nos parece conveniente atenernos al número $\frac{1}{6}$, antes designado.*

59. El coeficiente K del hilo inducido.

Por completar el cuadro, y por vía de recuerdo, puesto que todo lo relativo á K, está dicho ya en otro lugar, diremos que, en las máquinas Gramme, K vale 0,2.

60. El coeficiente d, ó sea la densidad de la corriente en el hilo inducido.

Este es otro de los coeficientes que podemos llamar *elegibles*, porque, entre ciertos límites, podemos asignarle un valor dependiente sólo de nuestra voluntad. Este valor que le asignemos será uno de los puntos de partida para el cálculo de las máquinas. Sabido es que desgraciadamente no puede la corriente eléctrica circular por un hilo sin calentarlo, y que este calor representa una pérdida equi-

---

* A petición de Mr. Renard, y para los estudios militares de este capitán sobre el globo dirigible, construyó Mr. Gramme una dinamo que pesaba 10 kilogramos solamente, y que, usada como receptriz, giraba á razón de 3.343 vueltas por minuto, bajo una corriente de 17 amperes, y entregaba al freno un trabajo de 47 kilográmetros por segundo. Es claro que en esta máquina toda consideración se subordinaba á la ligereza: de aquí el gran valor de la velocidad angular, y el relativamente grande que se daría á C: cosas que no están reñidas con el rendimiento, antes al contrario, lo favorecen, pero que no son buenas bajo otro punto de vista

valente de la energía eléctrica, producida por la máquina. Devanado, como sabemos, el hilo inducido sobre el anillo, y recubierto antes de algodón y betún de Judea, para aislar unas de otras sus vueltas, es preciso impedir que el calor producido en el hilo sea capaz de descomponer ó quemar la envoltura aisladora, ó siquiera de perjudicar al buen aislamiento.

Como la producción de calor, en el hilo inducido, es continua, la temperatura del inducido irá aumentando desde que la máquina empiece á funcionar, hasta que el calor que pierda el inducido por radiación y por contacto con el aire, en cada segundo, sea igual al calor producido en el mismo tiempo por el paso de la corriente.

Pues bien: es preciso que esa temperatura máxima, correspondiente al estado de equilibrio entre el calor producido y perdido, no llegue á ser tan alta que comprometa el aislamiento, lo cual pondría inmediatamente la máquina fuera de servicio.

Para poner un límite superior á esa temperatura, nos contentaremos, como aproximación, con imponer un límite superior á la densidad de la corriente. En rigor, este último, debería variar algo con la sección del hilo, y con otras causas de que hablaremos más adelante. Pero podemos aceptar, como límite superior y fijo para todos los casos, 4 amperes por milímetro cuadrado de sección del hilo, ó sea 4.000.000 amperes por metro cuadrado. Así, pues, el límite *superior* de la densidad d, de corriente, será 4.000.000.

De ahí para abajo podemos usar cualquiera. Lo mejor nos parece quedarnos entre 2.000.000, y 3.000.000, pudiéndose llegar hasta 4.000.000. Estos números están recomendados por las consideraciones siguientes:

La fórmula (7) del rendimiento eléctrico,

$$K_e = 1 - \frac{0{,}5\,(a+1)\,\rho\,d}{KCV} \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (7)$$

dice que conviene calcular la dinamo, partiendo de un valor pequeño para d: cuanto menor sea d, mayor será el rendimiento. En efecto,

á medida que crece d, crece el quebrado, y disminuye K_e, que es el rendimiento. Cuando d llega á valer

$$\frac{2\,KC\,V}{(a+1)\,\rho} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (h)$$

entonces el rendimiento es nulo: resultado extraño, cuya explicación hay que buscar en la fórmula (17) general de la densidad, que dice

$$d = \frac{2\,KC}{\rho} \times \frac{r\,V}{R+r'+r} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (17)$$

Cuando d tome el valor (h), la fórmula general (17) se convertirá en esta ecuación de condición:

$$\frac{2\,KC\,V}{(a+1)\,\rho} = \frac{2\,KC}{\rho} \times \frac{r\,V}{R+r'+r}.$$

Si en esta ponemos en vez de a su valor $\frac{r'}{r}$ y simplificamos, resultará:

$$r+r' = R+r'+r$$

ó

$$R = o$$

Lo que nos dice que, para que d llegue á tener el valor (h), es preciso que no haya resistencia exterior alguna: no habiendo resistencia exterior, no hay trabajo exterior, ni por tanto, hay rendimiento.

Consultemos la fórmula (8) que nos da el volumen metálico B del inducido, y por ende el de la máquina, que le es proporcional.

$$B = \frac{R\,I^2}{d\,(2\,KC\,V - (a+1)\,\rho\,d)} \text{ metros cúbicos.... } (8)$$

El denominador toma un valor cero para $d=o$, y para

$$d = \frac{2\,KC\,V}{(a+1)\,\rho} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (h)$$

y tiene su valor máximo para

$$d = \frac{KCV}{(a+1)\rho} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (n)$$

En cuanto á los valores de d, cero y (h), es inútil hablar de ellos: son casos algebráicos que exigirían máquinas infinitamente grandes: los rendimientos eléctricos, correspondientes á estos casos límites, serían 1 y cero.

Pero debemos fijarnos en el valor particular (n) para la densidad d de corriente, porque su adopción nos conducirá al mínimo valor de B, ó sea á la máquina más pequeña posible, y capaz, sin embargo, de satisfacer á las condiciones del problema general, que son: producir una corriente I dada, al través de una resistencia exterior R dada, girando con una velocidad lineal V dada.

Pero ese valor singular (n) ¿es aceptable?

Eso depende de los valores que hayamos elegido para C y para a, y de la velocidad V, que nos impone el problema. Si hechas en cada caso particular las sustituciones convenientes en la expresión (n) resultase para d un valor menor que el límite superior 4.000.000., que nos hemos impuesto para atender á la conservación del aislamiento, es claro que no hay obstáculo que nos impida aceptarlo.

Para C ya hemos adoptado el número $\frac{1}{6}$. Supongamos que para V se nos ha dado 10 metros, que no es mucho, Para a, más adelante veremos qué conviene darle por valor la unidad, ó al menos un valor que no se separe mucho de la unidad,. En cuanto á los demás valores que entran en (n), son

$$K = 0{,}2$$
$$\rho = 0{,}000.000.\ 02 \text{ ohms.}$$

Sustituyendo estos números en (n), y haciendo operaciones, resulta:

$$d = 8.333.333$$

densidad inaceptable, puesto que no debemos pasar, ni aun llegar, á 4.000.000. Pues todavía hubiera resultado mayor el valor de d, si se nos impone una velocidad de 15 metros, que suele ser corriente.

Resulta, pues, que el valor (n) es, en general, inaceptable; pero veamos cuál sería el rendimiento con ese valor, ó sea con la máquina más pequeña posible. *

Si en la expresión (7) del rendimiento eléctrico, que es

$$K_e = 1 - \frac{0{,}5\,(a+1)\,\rho\,d}{KC\,V} \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (7)$$

ponemos en vez de d, la expresión (n) resultará

$$K_e = 0{,}50.$$

De modo que la máquina más pequeña posible sería muy poco económica de fuerza motriz, puesto que sólo daría, como energía eléctrica, utilizable ó utilizada, la mitad de la total energía eléctrica que produce: la otra mitad se trasformaría en calor en el hilo inducido, y en el hilo inductor de la máquina mínima: sería, pues, una mala dinamo, trabajando en las condiciones para las cuales se calculó, y suponiendo que no se quemase antes.

Pongamos en la expresión general de la densidad de corriente, que es

$$d = \frac{2KC}{\rho} \times \frac{rV}{R + r' + r} \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (17)$$

en vez de d, el valor particular (n), que corresponde á la máquina *mínima*, y veamos qué condición implica relativamente á las resis-

---

* Se entiende, la más pequeña posible, bajo el punto de vista de la densidad de corriente, que es lo que ahora hacemos variar y estudiamos.

tencias r' y r del hilo inductor y del hilo inducido. Así resultará:

$$\frac{CKV}{(a+1)\rho} = \frac{2KC}{\rho} \times \frac{rV}{R+r'+r}$$

Recordando que $a = \frac{r'}{r}$, y simplificando, resultará

$$r'+r = R.$$

Luego la máquina más pequeña posible ha de tener por resistencia total interior R ó sea lo mismo que valga la resistencia exterior que nos han impuesto.

En resumen. 1.° La condición de temperatura, condición que lo es de conservación de la dinamo, y por tanto imperiosa, nos impone para d como límite superior el número 4.000.000.

2.° La economía de construcción y la de emplazamiento de la dinamo nos aconsejan que nos acerquemos al valor (n) para d.

3.° El rendimiento eléctrico, ó la economía de marcha, nos aconsejan adoptar el menor valor posible para d.

Hay dos maneras de acercarse lo posible al valor (n): por exceso y por defecto. De lo expuesto, se deduce, que debemos acercarnos por defecto, lo cual es también lo que aconseja la consideración del rendimiento.

El denominador del volumen metálico B.

$$B = \frac{R\ I^2}{d\,(2\,KCV - (a+1)\,\rho d)} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ (8)$$

dará valores iguales para B cuando demos á d valores equidistantes del (n), esto es,

$$d = \frac{KCV}{(a+1)\,\rho} + z \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ (p)$$

$$d = \frac{KCV}{(a+1)\,\rho} - z \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ (q)$$

pero los rendimientos correspondientes á los valores *(p)* y *(q)* de *d* son muy distintos.

Tomando la expresión (7) del rendimiento eléctrico

$$K_e = 1 - \frac{0{,}5\ (a+1)\ \rho d}{KCV} \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ (7)$$

y poniendo en ella en vez de *d* el valor grande *(p)*, resulta:

$$K_e = 0{,}5 - \frac{0{,}5\ (a+1)\ \rho}{KCV} \times z.$$

Poniendo el valor menor *d* ó sea el *(q)*, resulta:

$$K_e = 0{,}5 + \frac{0{,}5\ (a+1)\ \rho}{KCV} \times z.$$

No hay pues la menor duda: aunque el mayor valor de *d* fuera aceptable, que no lo es, porque lo rechaza la condición calorífica, resulta que el menor dará una máquina de iguales dimensiones y de mucho mayor rendimiento eléctrico.

Veamos ahora qué rendimiento eléctrico obtendríamos adoptando el límite superior 4.000.000 como valor de *d*, en el caso en que tuviéramos

$$a = 1$$
$$C = \frac{1}{6}$$
$$V = 10$$
$$K = 0{,}2$$
$$\rho = 0{,}000.000.02$$

Sustituyendo estos números en la fórmula (7) del rendimiento eléctrico, resulta

$$K_e = 1 - \frac{0{,}5 \times 2 \times 4.000.000 \times 0{,}000.000.02}{0{,}2 \times \frac{1}{6} \times 10} = 0{,}76$$

Si en vez de tomar una velocidad de 10 metros se toman 15, lo cual no puede considerarse como exageración peligrosa, se hubiera obtenido un rendimiento eléctrico

$$K_e = 0{,}84$$

Si prescindimos de toda clase de consideración de economía en la construcción, podemos, como se ha hecho algunas veces, adoptar para *d* el valor 2.000.000, y entonces obtendríamos un rendimiento eléctrico mayor, que sería

$$K_e = 0{,}92$$

Todavía acrecería más el rendimiento eléctrico acreciendo la velocidad ó la intensidad del campo. La velocidad puede llegar, y es todo lo más que se puede permitir, á 20 metros por segundo. Pero sucede que una velocidad excesiva, si bien favorece el rendimiento eléctrico siempre, no así el *rendimiento industrial*, que es cosa muy distinta del anterior, como más adelante veremos. A más de esto, el hilo inducido, sometido á una fuerza centrífuga considerable, puede estirarse y rozar con las piezas polares, en cuyo caso se destroza dicho hilo, y la máquina queda fuera de servicio.

Cuando se calcula una máquina para trabajar con una densidad de corriente siempre fija, se puede, como máximo, tomar el número 4.000.000 para dicha densidad; pero, si la máquina ha de trabajar bajo corrientes variables, habrá que hacer el cálculo partiendo del máximo valor que ha de alcanzar la densidad de corriente en la práctica. De este modo estaremos seguros de no quemar la máquina cuando funcione con la máxima corriente, porque justamente entonces trabajaremos á la densidad 4.000.000,. y en todos los demás casos habremos trabajado á menos.

El constructor tiene, naturalmente, la tendencia á economizar el cobre, á hacer la máquina pequeña, y por tanto á aceptar números algo fuertes para *d*. Por lo demás no hay que inculpar á un cons-

tructor cuya máquina, por hacerla trabajar con una densidad de corriente para la cual no la ha vendido, llega á quemarse.

Observación.

Hemos demostrado la existencia de un volumen mínimo del inducido ó de la máquina. Mas no vaya á creerse que este curioso teorema, que se refiere *á un trabajo exterior ó útil dado*, se puede aplicar *al trabajo total dado.*

Hay una máquina mínima para una potencia útil T_u ó RI^2 dada, con una velocidad dada y un campo mágnético dado: mas no existe máquina mínima para obtener una potencia total T_t dada, con las mismas condiciones de campo y velocidad. Para lo primero se llega al mínimo, variando la densidad de corriente: para lo segundo no hay ningún verdadero mínimo, en el sentido geométrico de la palabra.

Claramente se nota esto sin más que echar una mirada sobre las dos expresiones de B, la una en función de la potencia útil T_u, y la otra en función de la potencia total T_t.

En efecto, las fórmulas (11) y (12) dan

$$B = \frac{T_t}{2\,KCV\,d} \text{ metros cúbicos} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (11)$$

$$B = \frac{T_u}{d\,(2\,KCV - (a+1)\,\rho\,d)} \text{ metros cúbicos} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (12)$$

La segunda admite un mínimo para B, tomando como variable á d; la primera nos dice que B disminuye indefinidamente cuando aumenta d: ó lo que es lo mismo, que podemos hacer una máquina muy pequeña y que nos dé una potencia total T_t dada: mas este es un resultado puramente algebráico, porque la máquina se quemaría. Teóricamente podemos decir que, si cerramos una máquina sobre sí misma y aumentamos indefinidamente la velocidad, si la máquina no se quemase, su potencia iría creciendo indefinidamente. Esto es, en suma, lo que dice la ecuación (11). Pero, cerrada la máquina sobre sí misma, el trabajo útil es cero, de modo que de nada serviría esa gran

potencia total, aun suponiendo que se llegase á ella sin quemar la máquina, lo cual no sucedería, porque se quemaría antes.

61. Relación entre la temperatura del inducido y la densidad de corriente.

Estudiemos ahora la cuestión del calentamiento de la máquina en condiciones algo más prácticas.

Para ello nos servirá de base nuestra fórmula (15), que nos da la cantidad Z de calor, expresada en watts, * que se produce en cada segundo en el hilo inducido:

$$Z = \rho\, d^2\, B \text{ watts} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (15)$$

El calor perdido por segundo, por enfriamiento, será, aplicando la ley de Newton,

$$m\, S\, (T - t);$$

donde m es un coeficiente constante que depende de la naturaleza de la envoltura aisladora del hilo; S la superficie de enfriamiento del inducido; T la temperatura estacionaria del carrete inducido, correspondiente al estado de equilibrio; y t la temperatura del ambiente.

Cuando la temperatura del hilo llegue á hacerse estacionaria, habrá igualdad entre el calor producido y el perdido en la unidad de tiempo: luego

$$\rho\, d^2\, B = m\, S\, (T - t).$$

De donde

$$T - t = \frac{\rho}{m} \times \frac{B}{S} \times d^2$$

Lo que nos dice: 1.° que la elevación de temperatura $(T - t)$ del inducido crece *en una misma máquina* proporcionalmente al cuadrado

---

* 1 watt = 0,1 kilográmetros (próximamente) = $\frac{1}{4240}$ calorías (kil°-grado).

de la densidad d de la corriente: y 2.° que, para la constancia de *(T—t) en máquinas distintas*, es preciso atenerse ó satisfacer á esta condición:

$$\frac{B}{S} \times d^2 = \text{constante} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \textit{(a)}$$

El volumen de una dinamo (dentro de un tipo dado) crece sensiblemente en proporción al volumen metálico del inducido: de modo que, si representamos por 1 la dimensión lineal de una máquina, y construimos otra aumentando todas las dimensiones lineales de la primera en la relación de 1 á n, B se convertirá en $n^3 B$, y S en $n^2 S$. El quebrado $\frac{B}{S}$ se convertirá en $n\frac{B}{S}$; y la condición anterior *(a)*, necesaria para que no varíe *(T—t)*, se podrá expresar, en máquinas *semejantes*, de este modo:

$$n d^2 = \text{constante:}$$

ó bien

$$d\sqrt{n} = \text{constante.}$$

De modo que para obtener la misma elevación de temperatura *(T—t)*, en todas las máquinas semejantes que se calculen, no basta en rigor que aceptemos un cierto valor para la densidad de corriente, por ejemplo 3.000.000, y que las calculemos todas bajo esta base; sino que convendrá adoptar para d un valor tanto más pequeño cuanto más grande sea la máquina. La última condición dice claramente que d debe variar en razón inversa de la raiz cuadrada de la dimensión lineal del inducido. Por supuesto, que esta ley no debe tomarse al pie de la letra, por no tener ninguna exactitud matemática las consideraciones de donde la hemos deducido; mas no por eso son perdidas estas indagaciones, las cuales sirven cuando menos de guía, y han de considerarse como aproximaciones sus consecuencias. Esto debe constituir una regla de criterio para el constructor, sin la cual hubiera creido erróneamente que, adoptando una misma densidad de co-

rriente para una máquina muy pequeña y otra muy grande, las dos deberían calentarse de la misma manera. Además, *en igualdad de las demás condiciones*, los inducidos de hilo delgado se calientan menos que los de hilo grueso, porque la mayor porosidad de los primeros facilita algo el enfriamiento.

La cuestión de que tratamos no es para despreciada: dígalo si no algún constructor que, en la última Exposición de inventos en Londres, no retrocedió ante el incómodo, anti-científico y anti-económico expediente de unir al inducido un ventilador para enfriarlo. Mejor aconsejados otros, construyen los inducidos con partes huecas é intersticios para facilitar el movimiento y renovación del aire, y el consiguiente enfriamiento.

El calentamiento de los hilos inductor é inducido, no solamente es un mal por cuanto representa energía perdida, y por cuanto pudiera en su límite comprometer el aislamiento, sino que además es causa de un aumento en la resistencia eléctrica de dichos hilos. Los metales, al revés del carbón, aumentan de resistencia con la temperatura. No es cosa, sin embargo, este aumento, que exija el tenerlo en cuenta en cálculos, que, hágase lo que se quiera, nunca han de poder conducirnos más que á resultados groseramente aproximados.

62. El coeficiente a, ó sea la relación entre la resistencia r' del hilo inductor y la resistencia r del hilo inducido.

El eminente físico inglés William Thomson, en 19 de Setiembre de 1881, presentó á la Academia de Ciencias de París una nota en la que demostraba que la relación más conveniente que podía establecerse entre r' y r, en una serie-dinamo, era *próximamente*

$$r' = r:$$

ó, en nuestra ordinaria notación,

$$a = 1$$

Vamos á seguir el espíritu de la demostración de Sir Thomson, mas no la letra, porque llegaremos más pronto al resultado, sirviéndonos de las fórmulas que ya tenemos demostradas y puestas bajo la forma que nos conviene.

Nuestra fórmula del rendimiento eléctrico (7), es

$$K_e = 1 - \frac{0{,}5\,(a+1)\,\rho\,d}{K\,C\,V} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (7)$$

Mientras la dinamo trabaje en la parte sensiblemente recta de la característica, esto es, antes de la saturación de los electros (como lo supone Sir William Thomson), el valor C del campo magnético es (véase pág. 38)

$$C = m\,L'\,I:$$

donde L' es la longitud del hilo inductor, y m un coeficiente que depende de las dimensiones, forma y material del alma de hierro de los electros.

Poniendo en la última ecuación en vez de I su valor, que es $2\,s\,d$ (véase pág. 95), tendremos:

$$C = 2\,m\,L'\,s\,d:$$

Y poniendo este valor de C en la expresión (7) del rendimiento eléctrico, resulta:

$$K_e = 1 - \frac{0{,}5\,(a+1)\,\rho}{2\,K\,m\,L'\,s\,V} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (a)$$

En todo este capítulo representaremos por B' el volumen metálico del inductor; por s' la sección metálica del hilo inductor; y por L' la longitud del hilo inductor. Esto supuesto, podemos poner las siguientes ecuaciones que son, ó evidentes, ó ya deducidas anteriormente: (pág. 94 y 95.)

$$\left.\begin{aligned} B &= s\,L \\ r &= \frac{\rho\,L}{4\,s} \end{aligned}\right\} \textit{inducido.}$$

$$\left.\begin{aligned} B' &= s'\,L' \\ r' &= \frac{\rho\,L'}{s'} \end{aligned}\right\} \textit{inductor.}$$

Las dos primeras darán

$$s = \sqrt{\frac{\rho\, B}{4\, r}};$$

y las dos segundas

$$L' = \sqrt{\frac{B'\, r'}{\rho}}$$

Sustituyendo estos valores en (a), resultará:

$$K_e = 1 - \frac{0{,}5\ (a+1)\ \rho}{2\, K\, m\, V \sqrt{\frac{B\, B'\, \rho\, r'}{4\, r\, \rho}}}$$

Pongamos en vez de r' su valor, que es ar, y tendremos:

$$K_e = 1 - \frac{0{,}5\ (a+1)\ \rho}{K\, m\, V \sqrt{B\, B'\, a}};$$

expresión que se puede escribir así:

$$K_e = 1 - \frac{0{,}5\ \rho}{K\, m\, V \sqrt{B\, B'}} \times \frac{a+1}{\sqrt{a}}$$

Admitiendo, como admitimos, que sea constante todo lo que entra en el primer quebrado, podemos decir que el rendimiento eléctrico K_e alcanzará su valor máximo cuando el factor

$$\frac{a+1}{\sqrt{a}}$$

sea un mínimo.

Una sencilla aplicación del cálculo diferencial nos dice que ese factor será un mínimo cuando

$$a = 1,$$

ó, lo que es lo mismo, cuando

$$r' = r.$$

Lo que hemos dicho hace poco acerca de otros resultados del cálculo, decimos de éste. Ni es exacto, ni, aun cuando lo fuera, podemos imponernos en todos los casos esa condición. Pero eso no quita para que la regla

$$r' = r$$

constituya un ideal, del cual no conviene alejarse en gran manera. Esta es la enseñanza que puede sacarse de muchos cálculos; y hay que convenir en que los resultados de éstos son las luces que han de iluminar al constructor.

IV

COMPLEMENTO DE LA TEORÍA.

Estudio de la influencia que tienen los tres datos I, V y R, sobre la máquina que se calcula, para hacer un trabajo útil dado, y de la influencia de la variación de esas cantidades sobre la máquina, ya construida. Estudio de la máquina, industrialmente considerada.

63. Condición de posibilidad de la construcción.

Elegidos y fijados los valores de los coeficientes C, a y d, con los cuales queremos que funcione la máquina que se calcule, se trata ahora de variar los tres datos del problema, y de prever las consecuencias de esta variación

Recordemos la fórmula (2) que nos da la longitud L que ha de tener el hilo inducido:

$$L = \frac{R\ I}{K\ C\ V - 0{,}5\ (a+1)\ \rho\ d} \text{ metros} \ldots\ldots\ldots \quad (2)$$

Y puesto que no hemos de alterar en esta discusión los valores

de los coeficientes elegibles C, a y d, pongamos en esa fórmula, en vez de las letras, sus valores

$$C=\frac{1}{6}$$
$$K=0{,}2$$
$$a=1$$
$$d=4.000.000$$
$$\rho=0{,}000.00002$$

y tendremos:

$$L=\frac{30\ R\ I}{V-2{,}4}\ \text{metros}\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\quad (2')$$

La fórmula (2'), caso particular de la general (2), nos dice que no podremos construir la máquina si la velocidad V que imponga el problema no satisface á esta condición:

$$V>2{,}4\ \text{metros}.$$

¿Quiere esto decir que si construyéramos la máquina no podría dar corriente ínterin la velocidad no excediese de 2,4 metros? Nada de eso: lo que nos dice es que con los coeficientes elegidos no podrá funcionar, sino con otros. Si, por ejemplo, nos avenimos á funcionar con una densidad de corriente igual á 1.000.000 en vez de 4.000.000 que habíamos impuesto, entonces la condición de posibilidad solamente exigirá que V sea superior á 0,6 metros; pero la máquina sería grande y cara, calculada con el número 1.000.000.

Por lo demás, la condición geueral para que sea posible una máquina, trabajando exactamente en las condiciones impuestas y elegidas, será

$$V>\frac{0{,}5\ (a+1)\ \rho\ d}{K\ C}\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\quad (r)$$

Hemos tomado, para deducir estas consecuencias, la fórmula (2);

pero lo mismo hubiéramos podido tomar otras de las nuestras, por ejemplo, la fórmula del rendimiento eléctrico (7).

$$K_e = 1 - \frac{0{,}5\ (a+1)\ \rho\ d}{K\ C\ V} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (7)$$

El rendimiento sería negativo ó cero, si no se satisface á la condición general de arriba, que señalamos con la letra (r).

64. Influencia de la velocidad V.

Consultemos la fórmula (8) que da el volumen B del inducido.

$$B = \frac{R\ I^2}{2\ K\ C\ V\ d - (a+1)\ \rho\ d^2} \text{ metros cúbicos...} \quad (8)$$

la cual, con los valores elegidos, sería

$$B = \frac{R\ I^2}{266.666\ V - 640.000} \text{ metros cúbicos...} \quad (8')$$

Donde se ve que, si calculamos varias máquinas con los mismos datos y coeficientes, pero para funcionar á velocidades distintas, la más pequeña será la que se haya calculado para mayor velocidad; puesto que tendrá menor volumen metálico del inducido. En este concepto se puede decir que no puede haber máquina barata con poca velocidad.

La fórmula (7) del rendimiento eléctrico también nos aconseja una fuerte velocidad para el cálculo de la máquina. Si en ella se ponen, por las letras, los valores elegidos resulta:

$$K_e = 1 - \frac{2{,}4}{V} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (7')$$

Esta fórmula dice que la máquina que se calcule para funcionar

á mayor velocidad dará mayor rendimiento *. Luego la *economía de marcha*, de acuerdo con la de construcción, nos aconsejan grandes velocidades.

Para ver la influencia que tiene la velocidad sobre la fuerza electromotriz de la máquina que se calcula, no hay más que consultar la fórmula (3) que dice:

$$E = \frac{K\,C\,R\,V\,I}{K\,C\,V - 0{,}5\,(a+1)\,\rho\,d} \text{ volts} \ldots\ldots\ldots \quad (3)$$

Si en vez de los coeficientes literales ponemos los elegidos, tendremos

$$E = \frac{V\,R\,I}{V - 2{,}4} \text{ volts} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (3')$$

Vemos que cuanta mayor sea la velocidad que aceptemos en el cálculo de la máquina, resultará esta con menor fuerza electromotriz; pero satisfará al enunciado del problema, esto es, dará la corriente I pedida, al través de la resistencia exterior R impuesta. Aquí hay que tener presente lo recomendado en la nota del anterior párrafo (pag. 132), para no encontrar contradicción entre la consecuencia que acabamos de deducir y esta otra igualmente cierta: «en una máquina construída ó dada, la fuerza electromotriz crece siempre con la velocidad».

---

* Es preciso tener mucho cuidado en la interpretación de nuestras fórmulas, tanto en este caso como en todos. El que quisiera, por ejemplo, aplicar la fórmula (7) á una dinamo *ya construída*, y creyese que el rendimiento eléctrico le iba á aumentar con la velocidad, cometería un grave error, porque aplicaría la fórmula en un caso en que no puede aplicarse. Al contrario, la fórmula (7) (y todas las otras) sirven para comparar *à priori* los rendimientos de varias máquinas *calculadas* para funcionar cada una, a una velocidad *distinta* de las otras: máquinas que, por esto mismo, serán todas *diferentes* en longitud de hilos, resistencias, etc. En lo único que concordarán es en la resistencia exterior, corriente I, y coeficientes, y tendrían distintas las velocidades de marcha. Más adelante aclararemos más esto. Para mayor ampliación de este asunto véase la pág. 138.

Todo, pues, aconseja una gran velocidad lineal V; pero razones de un orden mecánico ponen á esta un límite. Las grandes velocidades llevan consigo un aumento de algunas, si no de todas, las resistencias pasivas: á lo cual se añade el calentamiento de los gorrones, pérdida de aceite, dificultades en las correas, efectos perjudiciales de la fuerza centrífuga ó de inercia sobre los hilos del anillo, etc. Todo esto impide pasar de ciertas velocidades, y puede considerarse casi como excesiva la de 20 metros por segundo. Esto no quiere decir que no se haya traspasado este límite; pero casi por excepción y como ensayo. La mayor velocidad lineal de que tenemos noticia es la que tenía la dinamo tipo *WO* de Siemens que era de 32 metros. En las últimas máquinas construídas por Mr. Deprez, para los ensayos de la transmisión de la energía entre Creil y París, la velocidad lineal, en los experimentos publicados hasta hoy, era de 12 metros.

Hay que advertir que el consignar la velocidad angular solamente, como hacen muchos constructores, es dejar á oscuras al lector sobre lo principal, á menos que á la velocidad angular no se añada el valor del radio medio del inducido. Bien es verdad que cuando se buscan en los libros, artículos y memorias, los datos relativos á una dinamo, datos suministrados por los constructores, se encuentran de tal manera mancos y desconcertados, que rara ó ninguna vez permiten adquirir formal y acabado concepto de la dinamo.

Las grandes velocidades son un inconveniente para las correas y más aun para los engranajes: además las correas ocupan gran espacio, porque no pueden ser cortas; y esto, en los buques sobre todo, es un obstáculo. La casa Siemens, de Berlín, ha introducido en sus instalaciones eléctricas, á bordo, la transmisión de movimiento por poleas de fricción: sistema que, tal como lo emplea dicha casa, parece destinado á suprimir las correas en algunos casos más. El mismo volante de la máquina de vapor afecta al servicio eléctrico, pues frota por su llanta contra la llanta de la polea de la dinamo, revestida la última de fuerte cuero.

La dinamo, por un movimiento basculár, deja caer cierta parte de su peso, variable á voluntad, sobre el volante, para obtener la

presión necesaria y la consiguiente adherencia. Un fuerte resorte permite graduar la presión á voluntad.

65. Influencia de R.

La influencia de R sobre L la manifiesta la fórmula (2′), según la cual L es proporcional á R.

Lo mismo pasa al volumen metálico B del inducido (V. fórmula (8) y (8′), y por tanto al de la máquina.

La resistencia exterior R no tiene influencia en el rendimiento de todas las máquinas que se calculen en igualdad de todos los demás datos y coeficientes. Las fórmulas (3 y 3′) dicen que la fuerza electromotriz E, de la máquina calculada, será proporcional á la resistencia exterior que tiene que vencer, en igualdad de las demás condiciones.

66. Influencia de l.

La longitud L del hilo inducido es proporcional á I (fórmulas (2) y 2′), en igualdad de las demás condiciones.

En igualdad de las demás condiciones, el volumen metálico B del inducido, y, por tanto, el de la máquina misma, es proporcional al cuadrado de la intensidad I de la corriente, como lo demuestran las fórmulas (8) y (8′), sin más trabajo que el de darles una ojeada. De esta sola consideración se deduciría que la potencia útil T_u ó RI^2 de la dinamo crece como el cuadrado de I, si ya no lo pusiera en evidencia el mismo producto RI^2.

Ni la intensidad I de la corriente, ni el trabajo útil ó exterior RI^2 entran en la fórmula (7′) (pag. 131) del rendimiento eléctrico. Luego todas las máquinas distintas que se hayan calculado para una misma velocidad, y con los mismos coeficientes, darán el mismo rendimiento, cualesquiera que sean la intensidad de la corriente y la resistencia exterior para que dichas máquinas se hayan calculado. Con estas restricciones, y bajo el punto de vista que consideramos, podemos decir que el rendimiento de esas diferentes máquinas, depende solamente de la velocidad, que sirvió para el cálculo. Esta proposición sería completamente falsa si, interpretando mal el sentido, se aplicase á una máquina *dada* cualquiera.

La influencia del dato I, sobre la fuerza electromotriz de la máquina que se calcula, se ve en las fórmulas (3) y 3'): según las cuales la fuerza electromotriz E' es proporcional á la intensidad I de la corriente que la máquina deberá producir.

67. Ecuación aproximada de la característica.

Si se hace girar una dinamo en serie á una velocidad siempre constante, y se va cambiando la resistencia exterior R, se verá que van variando I, intensidad de la corriente, y E fuerza electromotriz. Se llama *característica* á la línea, cuyas abscisas son los valores de I, y cuyas ordenadas son los correspondientes de E. En otro lugar trataremos más detenidamente de esta línea y de su trazado experimental, que es lo importante en la práctica. Mas no por eso es ocioso, bajo el punto de vista científico, indicar, siquiera no sea más que una aproximación, la ecuación de esa línea.

Para ello no hay más que tomar dos ecuaciones que ya tenemos deducidas: la ecuación fundamental (A)

$$E = KCLV \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (A)$$

y la función Frölich, ó ecuación aproximada de la intensidad del campo magnético, que es (pág. 34.)

$$C = \frac{NI}{\alpha + \beta NI};$$

ecuación en la cual sabemos que N es el número de vueltas del hilo inductor al rededor del alma de los electros; C la intensidad del campo magnético; y α y β dos coeficientes que dependen de la forma, dimensiones, y clase del hierro de los electros.

En una máquina dada, y trabajando á una velocidad siempre constante, serán constantes K, L, V, N, α, β, y no habrá más variables que I y E. Eliminemos, pues, C, entre esas dos ecuaciones, y resultará:

$$E = KLVN \frac{I}{\alpha + \beta NI} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (21)$$

La ecuación (21) podría tomarse como la ecuación de la característica, si no fuera porque la reacción del campo magnético del inducido sobre el del inductor la priva de exactitud, como se la quita á la función Frölich. Pero si el inducido es poco potente con respeto al inductor, la ecuación (21) se puede tomar por la de la característica. La característica, como lo dice la ecuación (21), es una hipérbola; pero claro está que la característica experimental es finita: es un trozo de una de las ramas de hipérbola, comprendido entre el eje de las E y la ordenada correspondiente al mayor valor práctico de I, que se obtiene cuando la resistencia exterior R es cero, ó como dicen los franceses, cuando la dinamo está *en corto circuito*, ó sea cerrada sobre sí misma.

Cuando tratemos del trazado de esa linea, nos haremos cargo de otras particularidades interesantes, en armonía con lo que revela la estructura de la ecuación (21).

68. Ley de las velocidades y de las fuerzas electromotrices.

Repárese que en la ecuación (21), si sostenemos á I constante, y hacemos variar la velocidad V, resulta que E crecerá proporcionalmente á V. Esta es una ley importante que ha sido comprobada con experimentos hechos en gran escala por Mr. Deprez. De esta ley resulta que, trazada experimentalmente la característica de una máquina á una velocidad cualquiera V, para tener la característica de la misma dinamo á otra velocidad V', no hay más que multiplicar todas las ordenadas (los valores E) por la relación

$$\frac{V'}{V}$$

Obsérvese que esa ley es una consecuencia inmediata de la fundamental de la inducción. En efecto, de la ecuación

$$E = KCLV$$

se deduce que, como C no puede variar sino con I, en una máquina dada, E será siempre proporcional á V, *mientras no varíe I*.

Para sostener en los experimentos la constancia de I, á pesar de las variaciones que voluntariamente imprimimos á V, se aumentará de modo el valor de R, conforme vaya aumentando V. La variación de R es cosa sencillísima con una buena caja de resistencias en el circuíto; y de la constancia de I nos aseguramos á cada experimento, mirando el amperómetro, siempre intercalado en el circuíto.

69. Expresión de la intensidad I de la corriente.

Solamente por completar el cuadro de nuestras fórmulas, ponemos esta expresión. que no hemos comprendido en el artículo II, porque I lo tomamos allí siempre como dato.

Según la fórmula (4) del número 42, la diferencia e de potenciales que hay entre los polos de la máquina, vale

$$e = RI \text{ volts.}$$

Y como la fórmula (2) nos da el valor de RI, tendremos:

$$e = KCLV - 0{,}5\,(a+1)\,\rho\, dL \text{ volts} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (22)$$

$$I = \frac{e}{R}$$

Luego,

$$I = \frac{KCVL - 0{,}5\,(a+1)\,\rho\, dL}{R} \text{ ampéres} \ldots\ldots\ldots \quad (23)$$

70. Expresión ordinaria del rendimiento eléctrico.

El trabajo total eléctrico que hace una dinamo por segundo es

$$T_t = EI = (R + r' + r)\, I^2 \text{ watts.}$$

Y el trabajo útil por segundo, es

$$T_u = eI = RI^2 \text{ watts.}$$

Luego el rendimiento eléctrico K_e, será

$$K_e = \frac{T_u}{T_t} = \frac{e}{E} = \frac{R}{R + r' + r} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (24)$$

Esta fórmula tan sencilla del rendimiento eléctrico, es la que se ve en todos los libros, revistas, memorias, etc; pero su misma sencillez la imposibilita para iluminar al constructor: sirve para expresar el rendimiento de una dinamo ya construída; mas no para saber comparar *à priori* los rendimientos de varias máquinas calculadas para resolver el mismo problema en condiciones diversas.

Porque, en suma, ¿qué le dice al ingeniero esa fórmula del rendimiento eléctrico? No le dice más sino que, si la máquina produce 100 volts, por ejemplo, (E=100) y entre los polos no utiliza más que 80 volts (e=80), ha utilizado el 80 por 100 de la energía producida. Lo cual vale tanto como si al ingeniero hidraulico, que ha de calcular un motor para utilizar un salto de agua de 10 metros, se le dijese que, si llegaba á utilizar *completamente* 8 metros, aprovecharía el 80 por 100 de la energía total del salto: verdad evidente, que le serviría bien poco para calcular su motor.

La fórmula (24) nos suministra ocasión de prevenir al lector sobre las diferencias entre las fórmulas ordinarias, que también emplearemos, y las fórmulas nuestras, apropiadas para el estudio de la construcción de las dinamos. Las primeras se aplican á una máquina dada cualquiera, funcionando en condiciones variables. Las segundas se aplican á máquinas diferentes, obligadas á funcionar en ciertas condiciones, impuestas por las necesidades prácticas, y destinada á producir el mismo efecto.

Así, por ejemplo, la fórmula 24, del rendimiento eléctrico, dice claramente que éste no depende más que de una cosa, cuando se trata de una máquina *dada:* no depende más que de la resistencia exterior: no depende de la intensidad del campo C, ni de la velocidad V de la máquina.

Nuestra fórmula del rendimiento eléctrico

$$K_e = 1 - \frac{0{,}5\,(a+1)\,\rho\,d}{K\,C\,V} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (7)$$

nos dice que si calculamos varias máquinas para trabajar con el mismo campo C, y con la misma densidad d de corriente, aquella máquina que calculemos, partiendo de un mayor valor para V, será la que, entre todas, tendrá el mayor rendimiento eléctrico.

No vaya á creerse que nuestras fórmulas no puedan también aplicarse á una máquina dada, funcionando en condiciones distintas: mas hay que tener presente que en este caso d no es constante, sino variable, lo mismo que C y que V.

Si, por ejemplo, queremos aplicar nuestra fórmula (7) á una máquina dada, que trabaje á diferentes velocidades, téngase presente que variarán d y C, y que por tanto la fórmula (7) no nos da el derecho de decir, como á primera vista pudiera parecer, que, á medida que aumente la velocidad, aumentará el rendimiento de dicha máquina *dada*. Si se quiere aplicar nuestra fórmula (7) á este caso, será preciso poner en vez de d su valor en función de V, dado por la fórmula (17):

$$d = \frac{2\,K\,C}{\rho} \times \frac{r\,V}{R+r'+r} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (17)$$

Haciéndolo así, y recordando que

$$a = \frac{r'}{r},$$

nuestra fórmula (7) del rendimiento eléctrico se convertirá en

$$K_e = \frac{R}{R+r'+r},$$

que es la fórmula ordinaria, contenida en todos los libros.

Hasta para aplicarla á una máquina dada, tiene nuestra formula (7) una ventaja sobre la ordinaria. En efecto, las fórmulas (7) y (17) nos explican por qué no aumenta el rendimiento eléctrico de una máquina dada, cuando aumenta la velocidad V. En efecto, á medida que aumentamos V, aumentan C y d, de tal modo que d es siempre proporcional al producto VC, como se ve en la fórmula (17): luego al variar V no puede variar la expresión

$$K_e = 1 - \frac{0{,}5\ (a+1)\ \rho\ d}{K\ C\ V},$$

aplicada á una máquina *dada*.

Si el campo C tuviera su máximo valor, ó si los electros estuviesen saturados, entonces C es constante aunque varíe V: entonces la densidad d, segun manifiesta la fórmula (17), crece en la dinamo proporcionalmente á V.

Nuestra fórmula (7) se presta á responder á casos en que la fórmula ordinaria del rendimiento permanecería muda, ó al menos no respondería directamente. Supongamos, por ejemplo, que queremos saber cómo varía el rendimiento eléctrico en una máquina *dada*, cuando aumentamos la velocidad V, pero conservando constante la densidad de corriente d, para que no se perjudique la máquina *. Entonces, nuestra fórmula (7) nos dice que, siendo constante d, y por tanto I, y por tanto C, el rendimiento aumenta con la velocidad.

Pondremos, finalmente, un problema para que se vean mejor las ventajas de nuestras fórmulas. Supongamos que queremos construir una serie-dinamo, de modo que produzca un rendimiento eléctrico de 0,90 y que marche á la velocidad de 10 metros, con el campo $\frac{1}{6}$, y con el valor 1 para a. Se pregunta ¿qué densidad ha de tener la corriente?

---

* No hay necesidad de decir que para sostener constante á d, variando V, es preciso ir variando del modo conveniente la resistencia exterior R, cosa que se hace fácilmente con una caja de resistencias que forma el circuito exterior.

La fórmula (7) nos dará en este caso particular.

$$0{,}90=1-\frac{0{,}5\ (a+1)\ \rho\ d}{K\ C\ V}$$

Despejando d, y poniendo por las letras sus valores, resultará

$$d=1.000.000$$

Habría, pues, que partir de una densidad muy baja para calcular la máquina.

71. Imposición del rendimiento eléctrico que ha de tener la máquina que se calcula.

Algunas veces el enunciado del problema de la construcción puede imponernos, en vez de la velocidad de la máquina, por ejemplo, la condición siguiente: «Que la máquina ha de funcionar con un rendimiento K_e.»

De nada serviría en este caso la fórmula ordinaria del rendimiento eléctrico.

Nuestra fórmula (7) nos da entonces

$$V=\frac{0{,}5\ (a+1)\ \rho\ d}{K\ C\ (1-K_e)}$$

Sustituyendo en esa fórmula los valores elegidos

$$a=1$$
$$d=4.000.000$$
$$K=0{,}2$$
$$C=\frac{1}{6}$$
$$\rho=0{,}000.000.02$$

y suponiendo que el rendimiento impuesto sea 0,84, resultará

$$V=15 \text{ metros}$$

Conocida ya la velocidad V, estaremos en el caso general ya estudiado.

72. Del *máximo* trabajo exterior ó útil de la dinamo.

Representando, como siempre, por e la diferencia de potenciales entre los polos de la dinamo en serie; por R la resistencia exterior, ó su equivalente; por $(r'+r)$ la resistencia interior de la máquina; y por I la intensidad de la corriente producida, la fórmula de Ohm nos dará

$$I=\frac{E}{R+r'-r} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (m)$$

$$I=\frac{e}{R} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (n)$$

De las cuales, por eliminación de R, resultaría esta tercera expresión de la intensidad I:

$$I=\frac{E-e}{r'+r} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (p)$$

El trabajo útil por segundo, ó potencia útil de la dinamo, vale eI: luego sustituyendo por I el último valor, resultará:

$$T_u=\frac{e\,(E-e)}{r+r'} \text{ watts} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (a)$$

En la dinamo, $(r+r')$ es constante (salvo el calentamiento). Haciendo variar la velocidad V y la resistencia exterior R, es claro que variarán e y E. Pero, si nos arreglamos de modo que E permanezca constante, tomando por ejemplo una magneto, ó dinamo con excitación independiente, ó serie dinamo con los electros siempre saturados, y en todos los casos dejamos á V invariable, E será constante, y e variará sola. Entonces T_u adquirirá su valor máximo cuando

$$e=\frac{E}{2} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (b)$$

Luego la máquina producirá su máxima potencia útil cuando la diferencia de potenciales entre sus polos sea la mitad de la fuerza electromotriz de la dinamo.

Si introducimos la condición (*b*) en la expresión (*a*), resultará el valor del máximo trabajo útil por segundo, que será

$$\text{Potencia útil máxima} = \frac{E^2}{4\,(r+r')} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (c)$$

Si quitamos la resistencia exterior R, uniendo con un hilo grueso y corto los polos de la máquina, tendremos $R=o$, y por tanto $e=o$: luego la potencia total de la máquina en este caso será (véase la fórmula (*B*) pág. 94).

$$\text{Potencia total en corto circuito} = \frac{E^2}{r+r'} \quad \ldots\ldots \quad (d)$$

El trabajo útil máximo es, pues, la cuarta parte del trabajo total en corto circuito.

La potencia total de la dinamo será

$$\text{Potencia total} = \frac{E^2}{R+r'+r} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (e)$$

Si se tuviese el caso de $R=(r'+r)$, la fórmula (*e*) daría

$$\text{Potencia total (caso } R=r'+r) = \frac{E^2}{2\,(r+r')} \quad \ldots\ldots \quad (f)$$

Pero el caso $R=(r'+r)$ es exactamente el de $e=\frac{E}{2}$, ó sea el del máximo trabajo útil *(c)*. Luego cuando una dinamo produce el máximo trabajo útil, éste es la mitad del total que entonces produce.

Igualando los segundos miembros de *(m)* y *(n)*, resulta

$$\frac{e}{E} = \frac{R}{R+r'+r} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (g)$$

En el caso del máximo trabajo útil $e = \frac{E}{2}$: luego en este mismo caso se tendrá $R = \frac{1}{2}(R+r'+r)$ ó $R = r'+r$, como arriba hemos visto. La máquina producirá su máximo trabajo útil cuando la resistencia exterior (verdadera ó equivalente) iguale á la interior.

Como quiera que el rendimiento eléctrico tiene por valor cualquiera de los dos quebrados *(g)*, y puesto que la potencia útil máxima corresponde al caso de $e = \frac{E}{2}$, resulta que, cuando una dinamo produce su potencia útil máxima, el rendimiento es exactamente el 50 por 100.

73. El teorema del esfuerzo tangencial eléctrico *(F kilogramos)*, **en la generatriz y en la receptriz.**

El esfuerzo tangencial eléctrico ya definido (pág. 103), que es resistente cuando la dinamo funciona como generatriz y motor cuando se emplea como receptriz, *es independiente de la velocidad de marcha V de la máquina.*

Este teorema es un corolario de la expresión de la energía eléctrica y de la expresión del campo magnético *C*.

En la pág. 104 vimos que

$$T_t = 10\ FV \text{ watts:}$$

donde *F* expresa kilogramos y *V* metros.

La energía eléctrica producida por segundo en todo el circuíto es

$$T_t = E\,I \text{ watts.}$$

De cuyas ecuaciones sale

$$F = \frac{E\,I}{10\ V} \text{ kilogramos.}$$

Sustituyendo por E su valor $KCLV$, resultará:

$$F = \frac{KCLI}{10} \text{ kilogramos} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (25)$$

Y como C, según la fórmula del doctor Frölich, vale (pág. 34).

$$C = \frac{NI}{\alpha + \beta NI},$$

fórmula en la cual, para una misma dinamo, todo es constante menos I, resultará:

$$F = \frac{KLNI^2}{10\,(\alpha + \beta NI)} \text{ kilogramos} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (26$$

Donde se ve que el esfuerzo tangencial eléctrico F es una función exclusiva de I en una dinamo *dada*, y que no depende de la velocidad de la máquina, mientras se conserve constante I por cualquier medio.

74. De la potencia mecánica P_m que recibe del motor el árbol mismo de la dinamo.

Todas las máquinas tienen por objeto recibir la energía de un lado para darla por el otro, cambiando su modo ó forma: siempre se trata en ellas de cambiar la forma del movimiento, sea de cuerpos, sea de moléculas ó de átomos.

En la trasformación siempre se pierde energía, entendiendo por pérdida, no el aniquilamiento de una parte, lo cual es imposible, sino su desviación de aquel objeto que nos proponemos; y como en definitiva esta pérdida se convierte en calor, que parece ser el destino común de todas las pérdidas, resulta un doble mal por el perjuicio que ese calor ocasiona en las dinamos.

La máquina de vapor es, bajo este punto de vista, muy inferior á la dinamo: la primera, entendiendo por máquina desde el hogar

hasta el árbol, recibe en el hogar 100 de energía calorífica, para darnos 8 de energía mecánica en el árbol. La dinamo recibe 100 de energía mecánica sobre su árbol, para darnos de 70 á 90 de energía eléctrica disponible entre sus polos.

Una parte de la energía mecánica, que en cada segundo entrega el motor á la dinamo en *el árbol mismo* de ésta, se pierde sin sufrir la trasformación en eléctrica *en el circuito general*. La causa de este déficit está en los fenómenos de orden eléctrico que se producen *fuera del circuito*, y en los de orden mecánico, todos los cuales han sido ya analizados en el art. 4.°, cap. 1.°, y resumidos en la página 86.

En cada momento habrá una relación determinada entre la potencia total eléctrica de la dinamo, que es EI watts ó T_t, y la potencia mecánica realmente absorbida por el árbol, que representamos por P_m kilográmetros. Esta relación, siempre menor que la unidad, es lo que Mr. Cornu ha llamado *coeficiente de trasformación*, que representaremos por δ *.

Podemos, pues, escribir

$$T_t = \delta \times P_m \times 10 \text{ watts.}$$

Y si ponemos por T_t su valor, dado por la fórmula (5), tendremos

$$\left.\begin{aligned} P_m &= \frac{1}{\delta} \times \frac{KCVRI^2}{10\,KCV - 5\,(a+1)\,\rho d} \text{ kilográmetros.} \\ \text{ó} \qquad P_m &= \frac{1}{\delta} \times \frac{KCVRI^2}{KCV - 0{,}5\,(a+1)\,\rho d} \text{ watts} \ldots\ldots \end{aligned}\right\} \quad (27)$$

75. De los tres esfuerzos tangenciales, el eléctrico F, el mecánico del motor F', y el perdido f.

Puesto que en la generatriz hay un trabajo mecánico absorbido

---

* El valor medio aproximado de δ, que puede aceptarse en un *ante-proyecto*, es 0,87, según puede verse en las páginas 87 y 88.

en cada segundo, que es P_m, un trabajo eléctrico producido en cada segundo que es T_t, y un trabajo perdido por causa de resistencias pasivas, mecánicas y eléctricas, á cada uno de esos trabajos corresponde un cierto esfuerzo. Refiriendo los tres esfuerzos al extremo de lo que hemos llamado *radio medio del inducido*, que es el punto que se mueve con la velocidad V (pág. 97), tendremos:

$$F'V \text{ kilográmetros} = \frac{1}{\delta} \times \frac{1}{10} \times T_t \text{ watts} = \frac{1}{\delta} \times \frac{1}{10} \times EI \text{ kilográmetros.}$$

Y, como sabemos que $E = KCLV$, resultará

$$F' = \frac{1}{\delta} \times \frac{KCLI}{10} \text{ kilogramos} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (28)$$

El esfuerzo tangencial eléctrico ya hemos visto (pág. 145) que vale

$$F = \frac{KCLI}{10} \text{ kilogramos.}$$

De cuyas ecuaciones se deduce

$$F = \delta F'$$

Es evidente que el esfuerzo perdido f vale $(F' - F)$: luego $f = (1 - \delta) F'$: ó

$$f = \left(\frac{1-\delta}{\delta}\right) \frac{KCLI}{10} \text{ kilogramos} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (29)$$

76. Potencia mecánica P'_m suministrada por el motor.

El motor, sea máquina térmica, de vapor ó de gas, sea hidráulico, ha de suministrar cada segundo á la dinamo la energía P_m, y además á las trasmisiones intermedias de movimientos (correas, po-

leas, árboles, etc.), toda la que en pura pérdida se gasta en estos organos, de evidente necesidad, unas veces para salvar la distancia entre el motor y la dinamo, y las más á causa de la gran velocidad angular de ésta, comparada con la pequeña del motor. Las máquinas de vapor ordinarias marchan á una velocidad angular de 50 á 100 vueltas por minuto, cuando las dinamos van de 500 á 1.000 y más. Los motores hidráulicos de eje horizontal aún marchan con menos velocidad angular, que rara vez, en algunos, pasará de 15 vueltas por minuto.

Hoy se construyen expresamente máquinas de vapor para mover las dinamos destinadas al alumbrado de los buques. Estos motores, generalmente de tres cilindros, marchan á una velocidad de 300 á 400 vueltas por minuto, y su árbol embraga directamente con el de la dinamo, cuyo inducido se hace con el suficiente diámetro para conseguir una buena velocidad tangencial ó lineal. La dinamo tiene, pues, la misma velocidad angular que el motor. Claro está que en este caso no hay pérdida de trabajo ocasionada por los órganos intermediarios de trasmisión, porque estos no existen.

Mas si la construcción de los motores de vapor sigue por los derroteros iniciados en la última exposición de inventos, en Londres, vamos á presenciar el inesperado caso de tener que emplear órganos intermedios para disminuir la velocidad angular del motor. En dicha exposición se han presentado las turbinas de vapor de Mr. Parsons, que dan *¡diez mil!* vueltas por minuto: rotación vertiginosa que nunca hubiéramos creído se alcanzase, y que todavía dudamos que se adopte.

No es posible que las máquinas de vapor de gran velocidad puedan competir económicamente con las grandes máquinas de amplia expansión y de pequeña velocidad, pero les señalan estas ventajas:

1.ª Evitar las trasmisiones de movimiento.

2.ª Economizar espacio.

3.ª Obtener la fuerza electromotriz con menos longitud de hilo inducido.

Entre los motores de vapor de gran velocidad, ya usados, cita-

remos los ya muy conocidos de Brotherood, y los posteriores de William, Goodfellow, Tower, Westinghouse, todos excesivamente pequeños: más pequeños que las mismas dinamos que movían en la exposición de Londres. Cuando se emplean estos motores, de embrague directo, no hay trabajo absorbido en trasmisiones; mas no sucede así en los demás casos. Imposible es fijar qué fracción de la energía dada por el motor se pierde antes de llegar á la dinamo, porque los casos que ocurren son muy distintos, y en cada uno habrá que hacer mediciones para estimar esa pérdida. Para ello

1.° Se mide con el freno de Prony la potencia del motor á la velocidad normal de marcha: sea P'_m.

2.° Se pone en marcha la dinamo á la velocidad normal, y se mide con un dinamómetro de trasmisión el trabajo que realmente absorbe el árbol de la dinamo, ó sea P_m, trabajando en las condiciones normales.

Representemos por t la relación entre P_m y el trabajo que por segundo produce el motor, que es P'_m. Siempre será t menor que la unidad, á menos de embrague directo, en cuyo caso $t=1$:

$$t = \frac{P_m}{P'_m}$$

Poniendo en vez de P_m su valor (29), tendremos.

$$P'_m = \frac{1}{t} \times \frac{1}{\delta} \times \frac{KCVRI^2}{10\,KCV - 5\,(a+1)\,\rho\,d} \text{ kilográmetros. . . (30)}$$

77. Rendimiento industrial de la dinamo-generatriz.

Después de muchas polémicas, tan largas y empeñadas como inútiles, se ha convenido en distinguir el rendimiento eléctrico del *rendimiento industrial*. Sobre el primero nada tenemos que agregar á lo ya explicado. En cuanto al segundo, todavía hay quienes entienden por rendimiento industrial la relación

$$\frac{T_u}{P'_m},$$

y otros que designan con ese nombre la relación

$$\frac{T_u}{P_m}.$$

Parécenos natural llamar rendimiento industrial á la relación $\frac{T_u}{P_m}$. Mal se podría, en efecto, juzgar del valor económico de una dinamo y de una instalación por la relación primera, la cual pide cuentas á la dinamo de una energía que no ha llegado á ella por haber sido absorbida por los órganos mecánicos de la trasmisión de movimiento.

La dinamo no debe responder más que de la diferencia entre la energía mecánica que sobre su árbol recibe, y la energía eléctrica que entrega por sus polos al circuíto exterior ó útil: sus funciones comienzan en el árbol y concluyen en los polos: nada tiene que ver con lo que pasa antes del primero y después de los segundos.

Aceptando, pues, la relación $\frac{T_u}{P_m}$, podemos representar por K_i el rendimiento industrial y poner

$$K_i = \frac{T_u}{P_m}$$

Sustituyendo en vez de T_u y P_m sus respectivos valores (6) y el segundo de los (27), resultará

$$K_i = \delta \times \frac{KCV - 0{,}5\,(a+1)\,\rho d}{KCV} \qquad \text{(31)}$$

Observando que el quebrado es el rendimiento eléctrico K_e, tendremos

$$K_i = K_e \times \delta$$

78. Línea de los esfuerzos tangenciales.

Si en las expresiones de los tres esfuerzos tangenciales F, F' y f, * ponemos en vez de C su valor (pág. 34), resultará

$$F = \frac{KLNI^2}{10\,(\alpha + 6NI)} \text{kilogramos} \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (a)$$

$$F' = \frac{1}{\delta}\,\frac{KLNI^2}{10\,(\alpha + 6NI)} \text{ kilogramos} \ldots\ldots\ldots \quad (b)$$

$$f = \frac{1-\delta}{\delta}\,\frac{KLNI^2}{10\,(\alpha + 6NI)} \text{ kilogramos} \ldots\ldots\ldots \quad (c)$$

Hablemos solamente de F, esfuerzo tangencial eléctrico, y construyamos la línea representada por la ecuación (a), tomando por abscisas los valores de I y por ordenadas los de F. Así se tendrá una curva representada en la figura 20, que arranca del origen, y cuyo primer trozo se puede aproximadamente tomar como el de una parábola cuyo eje es el de las F, y el resto como sensiblemente recto. En efecto, para pequeñas intensidades, la ecuación (a) podría escribirse así:

$$F = \frac{KLNI^2}{10\alpha},$$

despreciando el término $6NI$, muy pequeño comparado con α. Al revés, para grandes valores de I se puede despreciar α ante $6NI$, y escribir:

$$F = \frac{KL}{10\,6} \times I.$$

Si el inducido es poco potente respecto del inductor, y se traza experimentalmente la línea de los esfuerzos tangenciales, se verá la coincidencia de ambas líneas, teórica y experimental.

---

* Página 146.

Mr. Deprez ha trazado la línea experimental midiendo directamente los valores de F', cosa para la cual no pueden emplearse los dinamómetros, los cuales nos darían el valor de F'' y no el de F. Para ello, procediendo habilísimamente, hizo el sistema inductor de la dinamo completamente independiente del inducido y de las escobillas y coginetes de éste; después montó el inductor entero sobre cuchillos, para hacerlo basculante al rededor de un eje, que era el mismo eje del anillo inductor; y, como bajo la acción del esfuerzo F, el inductor tendía á girar, se impedía el giro por medio de una palanca y un peso, como en el freno de Prony. En rigor, la ingeniosa disposición de Mr. Deprez es un freno de Prony *sin frotamiento:* el frotamiento está reemplazado por la invisible fuerza electromagnética F.

La satisfactoria concordancia entre los valores de F', calculados por la fórmula teórica, y los experimentales, dice Mr. Deprez, es la mejor demostración de los teoremas fundamentales de las máquinas dinamo-eléctricas.

Si se quiere trazar experimentalmente la línea de las F'' (*fig.* 20),

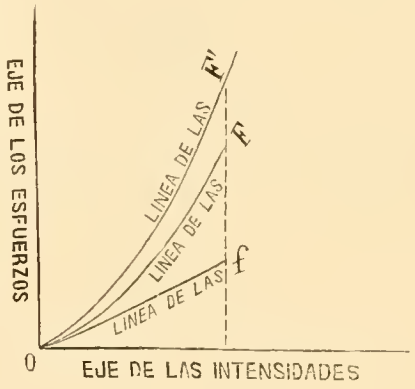


Fig. 20.

hay que emplear los dinamómetros de trasmisión. Teniendo las líneas de las F y de las F', para obtener la de los esfuerzos perdidos

(la de las f), no hay más que tomar por ordenadas los valores $(F' - F)$, puesto que (pág. 147),

$$f = F' - F$$

para la misma intensidad I ó la misma abscisa.

79. El teorema de las semejanzas.

Tal es el nombre dado por Mr. Deprez á un teorema que enunció él por primera vez, y que poco después lo fué por el profesor Mr. Silvanus Thompson.

El primero lo enunció así:

«Si conservando constantes el campo magnético, la densidad de la corriente y la velocidad angular, se multiplican por n las dimensiones lineales de una dinamo, la nueva máquina tendrá una potencia total n^4 veces mayor que la primera».

Mr. Silvanus Thompson no impone condición alguna á la densidad de corriente, y, en una especie de ejemplo, cree demostrar que, cuando se acrecen las dimensiones lineales de una dinamo en la relación de 1 á n, la potencia total crece en la relación de 1 á n^5.

No es solamente esa contradicción lo notable en este asunto. Mr. Deprez, autor del teorema, no da de él una demostración clara y general, y experimenta cierta confusión de ideas cuando se empeña en demostrar que fórmulas, que dicen cosas distintas, dicen lo mismo. Con respecto á la demostración de Mr. Thompson, en rigor no es más que un ejemplo particular, en el cual demuestra teóricamente que la potencia de una máquina crece de 1 á n^5 cuando se disponen arbitrariamente las cosas como él las dispone para producir este resultado; pero con la misma facilidad y fundamento pudo demostrar que la potencia de la dinamo crece de 1 á n^7.

El aclarar todo esto, aduciendo textos á la letra, sería innecesario y ocioso, pues en rigor la cuestión puede tratarse en una sola página sirviéndonos de nuestras fórmulas, que no hay ya necesidad de deducir nuevamente.

Empecemos por demostrar el teorema tal como lo enuncia Mr. De-

prez, que es el único modo de enunciarlo con precisión. Por lo demás no le seguiremos en su demostración, porque nuestras fórmulas la dan inmediatamente.

Tomemos la fórmula (11) que dice así:

$$T_t = 2KCdVB \text{ watts} \ldots\ldots\ldots \quad (11)$$

Al acrecer todas las dimensiones lineales de la dinamo, en la relación de 1 á n, lo único que varía en la expresión (11) son V y B. El nuevo factor V' será igual á nV, puesto que V y V' son las velocidades lineales, y no ha cambiado la velocidad angular: el nuevo volumen metálico B' del inducido será igual á n^3B: luego la nueva potencia de la dinamo será $T_t \times n^4$.

Tan sencilla y elemental es la demostración: la cual, fíjese en esto el lector, *no exige en modo alguno que la longitud del nuevo hilo inducido sea* n *veces mayor que la del antiguo, ni que la nueva sección de dicho hilo sea* n^2 *veces mayor que la del antiguo.* La demostración es mucho más general: solamente exige que el *nuevo volumen metálico* del inducido tenga sus dimensiones lineales n veces mayores que el antiguo, dejando absoluta libertad respecto del largo y sección de los hilos inducidos, *que pueden ser cualesquiera.* En esta generalidad precisamente consiste, á nuestro entender, el mérito del teorema. Toda demostración, que imponga condiciones al largo y á la sección del hilo inducido, lo será en un caso particular, pero nada demostrará para el caso general.

Recordemos aquí la fórmula (17) de la densidad d de corriente

$$d = \frac{2KC}{\rho} \times \frac{rV}{R + r' + r} \ldots\ldots\ldots \quad (17)$$

Si en la fórmula anterior (11), ponemos en vez de d su valor (17), tendremos

$$T_t = \frac{4K^2C^2VB}{\rho} \times \frac{rV}{R + r' + r} \ldots\ldots \quad (W)$$

La fórmula (17) dice que para que la densidad sea constante (C se supone constante siempre) es preciso que sea constante la cantidad

$$\frac{Vr}{R+r'+r}.$$

El teorema de las semejanzas exige que d sea la misma en ambas máquinas, antes y después de acrecidas las dimensiones lineales. Luego el que quisiera demostrar dicho teorema por medio de la fórmula (W), tiene forzosamente que sostener constante ese último quebrado, á pesar de que haga variar á V. Haciéndolo así, lo mismo puede emplearse la fórmula (11) que la (W) para demostrar el teorema de las semejanzas: una y otra fórmula dirán que la nueva máquina tiene una potencia n^3 veces mayor que la primera, ó antigua.

Como vamos á ver en seguida, toda la confusión y contradicciones que hay en este asunto provienen, unas veces de olvidarse de que el teorema exige la constancia de d, y otras de no tener presente que la constancia de d exige que no varíe el quebrado

$$\frac{rV}{R+r'+r},$$

y que, variando V, este quebrado puede conservar su constancia de muchos modos distintos, disponiendo de R, de r' y de r.

Mr. Deprez publicó en la Revista «*La Lumière Electrique*» del 3 de Octubre de 1885 un trabajo sobre la cuestión de que tratamos, en el cual deduce la fórmula siguiente para valor de T_t, ó sea para la potencia total eléctrica de la dinamo.

$$T_t = \frac{V^2C^2B\,(1-K_e)}{\rho} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (Deprez)$$

en la cual K_e representa el rendimiento eléctrico, y las demás letras tienen la misma representación que les hemos dado siempre en esta Memoria.

Al observar la composición de esa fórmula, en la cual entra el factor V^2 y el B, creyó Mr. Deprez que podría aparecer en el ánimo del lector como contradictoria de su teorema de las semejanzas, puesto que, acreciendo las dimensiones lineales de la dinamo en la relación de 1 á n, esa fórmula dice que la potencia T_t crecerá en la relación de 1 á n^5. Fácil le hubiera sido disipar en el lector esa prevención ú objeción, raciocinando de la manera siguiente.

De la fórmula (7) del rendimiento eléctrico se deduce

$$1 - K_e = \frac{d_\rho (a+1)}{2KCV}$$

Como Mr. Deprez supone que su máquina tiene excitación independiente, resulta que $r' = o$, ó bien $a = o$ (puesto que en nuestra notación $a = \frac{r'}{r}$). ¡De modo que

$$1 - K_e = \frac{d_\rho}{2KCV}.$$

Poniendo este valor de $(1 - K_e)$ en la fórmula de M. Deprez resulta:

$$T_t = CBV \times \frac{d}{2K}.$$

Donde se ve que, cuando en la fórmula (Deprez) se restablece la densidad, no entra más que el factor VB, y no el V^2B que antes entraba. De este modo hubiera podido Mr. Deprez desvanecer toda objeción, *sin quitar al teorema el mérito de su generalidad.*

En vez de esto, Mr. Deprez hace lo siguiente:

Sustituye en su fórmula en vez de K_e, su valor, que es $\left(\frac{R}{R+r}\right)$. (Aunque el verdadero valor de K_e es $\frac{R}{R+r'+r}$, ya hemos dicho que Mr. Deprez supone $r' = o$). Hecha la sustitución, resulta

$$T_t = \frac{C^2V^2B}{\rho} \times \frac{r}{R+r} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (2.^a \textit{ Deprez})$$

La coincidencia de esta fórmula con la nuestra *(W)* es evidente, salvo las diferencias que provienen de la mayor generalidad de la nuestra. Como Mr. Deprez supone todo el hilo L sometido á la inducción, resulta que para él $K = 1$. Como además no se coloca en el caso de la dinamo, sino de un hilo solo que se mueve en un campo magnético, toma para d el valor $\frac{I}{s}$, y nosotros tomamos $\frac{I}{2s}$. Además él supone $r' = o$. Pero todas estas diferencias no significan nada en la cuestión de que se trata.

Hechas estas aclaraciones, oigamos á Mr. Deprez.

«Il semble au premier abord, d'après l'équation

$$EI = T_l = \frac{C^2 V^2 B}{\rho} \times \frac{r}{R + r},$$

que le travail doive croître comme la cinquième puissance du rapport de similitude n, lorsque la vitesse angulaire seule reste constante. Il est facile de voir que le produit EI augmente seulement comme la quatrième puissance de n.

Considérons en effet un volume métallique B, constitué par un conducteur de section s, de longueur L, * et soit V la vitesse li-

---

* Aquí ya vemos á Mr. Deprez creyéndose obligado á señalar valores al largo y á la sección del hilo inducido, como si esto fuera cosa indispensable á la demostración, cuando, al contrario, le quita al teorema el mérito de la generalidad y reduce la demostración á un ejemplo *particular*. No comprendemos, *aun dentro* del método trabajoso y particular que emplea Mr. Deprez en este caso, porqué se cree obligado á acrecer el largo en la proporción precisa de 1 á n. Nosotros vamos á *calcar* su razonamiento en esta nota, aumentando el largo del hilo en una relación arbitraria de 1 á n^7, y vamos á llegar al mismo resultado á que llega Mr. Deprez.

La fuerza electromotriz primitiva será $E = C L V$.

La nueva será $E_1 = C n^7 L n V = n^8 E$.

En cuanto á la sección del hilo, como quiera que el nuevo volumen metálico del hilo ha de ser por hipótesis $n^3 B$, resulta que la nueva sección s_1 del hilo ha de valer $\frac{s}{n^4}$.

néaire de la couche moyenne des spires. Si l'on augmente toutes les dimensions linéaires dans le rapport de 1 á n, la force électromotrice primitive $E_1 = CLV$ devient

$$E_1 = CnL\,nV = n^2E$$

La densité du courant, qui est une limite physique, restant la même, l'intensité I croît comme la section du conducteur, c'est à dire, comme la deuxième puissance de n.

$$I_1 = n^2I$$

Para que la densidad de la corriente sea la misma que antes es preciso que se tenga

$$\frac{I}{s} = \frac{I_1}{s_1} = \frac{I_1 n^2}{s} :$$

de donde

$$I_1 = \frac{I}{n^2}.$$

La resistencia total sí variará: en efecto,

$$(R_1 + r_1) = \frac{E_1}{I_1} = \frac{n^3E}{\frac{I}{n^2}} = \frac{n^{12}E}{I} = n^{12}(R + r).$$

La resistencia interior r_1 valdrá

$$r_1 = \rho\,\frac{L_1}{s_1} = \rho\,\frac{n^7L}{\frac{s}{n^2}} = n^{11}\,\rho\,\frac{L}{s} = n^{11}r.$$

De aquí resulta que el factor $\frac{r}{R+r}$ se convertirá en

$$\frac{r_1}{R_1 + r_1} = \frac{n^{11}r}{n^{12}(R + r)} = \frac{1}{n}\left(\frac{r}{R+r}\right).$$

En estas condiciones la fórmula de Mr. Deprez dará

$$E_1 I_1 = \frac{C^2 \times n^2 \Gamma^2 \times n^5 B}{\rho} \times \frac{1}{n}\left(\frac{r}{R+r}\right),$$

ó bien

$$E_1 I_1 = n^4 EI.$$

La résistance totale ne varie pas: en effet

$$R_1 + r_1 = \frac{n^2 E}{n^2 I} = \frac{E}{I} = R + r.$$

La résistance intérieure r devient

$$r_1 = \rho \frac{nL}{n^2 s} = \frac{1}{n} \rho \frac{L}{s} = \frac{r}{n}.$$

Il en resulte que le facteur $\frac{r}{R+r}$, qui est égal au rapport de la résistance interieure à la résistance totale, se trouve être

$$\frac{r_1}{R_1 + r_1} = \frac{\frac{r}{n}}{R + r} = \frac{1}{n} \times \frac{r}{R + r}.$$

Dans ces conditions la formule précédente (la suya) donne bien

$$E_1 I_1 = \frac{C^2 \times n^2 V^2 \times n^5 B}{\rho} \times \frac{1}{n} \cdot \frac{r}{R + r}.$$

ou

$$E_1 I_1 = n^4 EI$$

ce qu'il fallait démontrer».

Todo ese artificioso razonamiento de Mr. Deprez se reduce en suma á buscar en un caso particular, entre infinitos que pudiera elegir, un medio de que no varíe el factor

$$\frac{Vr}{R + r' + r},$$

á fin de que no varíe la densidad de corriente, que vale

$$d = \frac{2KC}{\rho} \times \frac{Vr}{R + r' + r}.$$

En dos palabras pudo dar otra demostración general, de este modo.

La potencia de la dinamo vale

$$T_t = \frac{4K^2C^2VB}{\rho} \times \frac{Vr}{R + r' + r}.$$

Si las dimensiones de la dinamo se multiplican por n, el primer factor quebrado se hace n^4 veces mayor: el segundo quebrado tiene dos factores, el V y el $\frac{r}{R + r' + r}$; y como V se hace forzosamente n veces mayor, y como para que la densidad sea constante no ha de variar $\left(\frac{Vr}{R + r' + r}\right)$, resulta que $\frac{r}{R + r' + r}$ tiene que hacerse n veces menor, lo cual se puede conseguir de infinito número de maneras.

Si Mr. Deprez hubiera deducido la fórmula de la densidad de corriente, y se hubiera fijado en la condición para que esta densidad permanezca constante cuando cambia la velocidad, no hubiera seguramente dado la demostración que hemos copiado, ni se hubiera empeñado en vano en hacer ver que lo mismo dice esta fórmula suya

$$T_t = \frac{V^2C^2B(1 - K_e)}{\rho} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (m)$$

que esta otra suya también

$$T_t = \frac{C^2V^2B}{\rho} \times \frac{r}{R + r} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (n)$$

La primera, y perdónenos Mr. Deprez, expresará que, cuando las dimensiones lineales de una dinamo crecen en la relación de 1 á n, y *se sostiene constante el rendimiento eléctrico* K_e, la potencia de la dinamo crece como 1 á n^5.

La segunda, como que no tiene en evidencia la densidad d de la corriente, si no imponemos condición ninguna á esta densidad, dirá absolutamente todo cuanto queramos: todo consistirá en los valores

arbitrarios que demos á r y á R cuando ampliemos las dimensiones lineales de la dinamo. Si estas pasan de 1 á n, es claro que el primer factor se hará n^5 veces mayor; pero si al mismo tiempo damos á r y á R valores tales que el nuevo factor $\frac{r}{r+R}$ sea n^5 veces menor que el antiguo, no habrá cambiado la potencia de la dinamo; y, si el nuevo factor $\frac{r}{R+r}$ lo tomamos igual á n veces el antiguo factor $\frac{r}{R+r}$, la nueva dinamo tendrá n^6 veces la potencia que la antigua.

Por supuesto que todo esto es en el terreno teórico; pues en el práctico el asunto varía de aspecto, toda vez que entonces hay un límite á la densidad de la corriente, y que si pasamos mucho de él destruiremos la dinamo. En el terreno teórico podemos dejar variar á d tanto como queramos, pero en el práctico no.

Veamos ahora la demostración de Mr. Silvanus Thompson. Esta es, más bien que demostración, un ejemplo en el cual se desconoce el principal mérito del teorema, que consiste en hacerlo independiente de las dimensiones del hilo, y no se impone condición ninguna respecto de la densidad de corriente, con lo cual ya ni hay teorema.

Dice así en su excelente «Tratado sobre las Máquinas dinamo-eléctricas» (pág. 219: traducción al francés por Boistel, 1886).

«Si se considera una máquina, y se aumenta n veces sus dimen-«siones lineales, ocupará un volumen n^3 veces mayor.»

«La aplicación de la misma ley de incremento á las dimensiones »de los carretes (permaneciendo el mismo número de capas y el de »espirales ó vueltas de hilo), dará á las espirales del inducido una »longitud de hilo n veces mayor, y la sección transversal del hilo »será n^2 veces la del hilo de la máquina primitiva. La resistencia de »estos carretes será, por consiguiente, $\frac{n}{n^2}$, ó $\frac{1}{n}$ solamente de la »que era antes. Si los carretes inductores sufren análoga reducción »ó modificación, no tendrán más resistencia que $\frac{1}{n}$ de la antigua. »Como, por otra parte, la velocidad angular subsiste la misma, re-

»sulta que la nueva fuerza electro-motriz será n^2 veces mayor que la antigua» *.

«Si el circnito total ** recibe en todos sentidos el mismo incre-»mento, su resistencia se reducirá igualmente á $\frac{1}{n}$ de su valor pri-»mitivo».

«Siendo la máquina una serie-dinamo, una fuerza electromotriz »n^2, obrando sobre una resistencia total $\frac{1}{n}$ de su valor primitivo, »dará una corriente n^3 veces mayor que la de la primitiva máquina. »Una corriente de esta intensidad será, como la experiencia lo prue-»ba, mucho más que suficiente para dar al campo magnético la in-»tensidad primitiva; pero prescindiendo de esto, y suponiendo que »sea la misma, siempre resultará que, si la intensidad de la corriente »es n^3 veces mayor, y la fuerza electromotriz es n^2 veces mayor, la »potencia de la máquina, que es el producto de ambos factores, será »n^5 veces mayor que la de la máquina primitiva».

Si se quiere ver de un modo general lo que ha hecho en este razonamiento Mr. Thompson, tomemos nuestra fórmula

$$T_t = \frac{4\,K^2\,C^2\,V\,B}{\rho} \times \frac{rV}{R + r' + r} \ldots\ldots \quad (II)$$

Mr. Thompson, *no preocupándose para nada de sostener constante la densidad de corriente*, dispone á su voluntad del largo y de la sección de los hilos, de modo que los nuevos valores de r, de r' y de R valgan $\frac{1}{n}$ de lo que valían los primitivos: así es que el factor

$$\frac{r}{R + r' + r}$$

---

* Esto es claro, porque la nueva longitud del hilo inducido es nL: la nueva velocidad lineal es nV. Nuestra fórmula de la fuerza electromotriz es $E = KCLV$: luego la nueva fuerza electromotriz será $E_1 = KCnLnV = n^2E$.

** Esto debe de ser una errata: quiere decir *exterior*.

(Notas de la Memoria.)

conserva el mismo valor que antes tenía. Entonces es claro que la potencia de la máquina grande será n^5 veces mayor que la de la pequeña, puesto que en la fórmula entran V^2 y B. Pero, por ese camino tan libre, hubiera podido Mr. Thompson demostrar cualquiera otra cosa: por ejemplo, que la potencia de la máquina no se altera, ó que aumenta en la proporción de 1 á n^7. Todo consiste en disponer tan libremente como lo hace de los valores de r, r' y R.

Sin duda Mr. Thompson no reparó en que su nueva máquina, cuya potencia es n^5 veces mayor, tendría *una densidad de corriente n veces mayor que la antigua*, y por lo tanto que se quemaría antes de desarrollar la potencia n^5 veces mayor.

Fácil es, en efecto, ver que en la nueva máquina del ejemplo de Mr. Thompson la densidad de corriente es n veces mayor que en la antigua: no hay más que observar que la corriente nueva es n^5 veces mayor y la sección del hilo es solamente n^2 veces mayor: luego la densidad de corriente es $\frac{n^5}{n^2} = n$ veces mayor que antes.

Lo mismo nos diría la condición general que hemos encontrado para sostener constante la densidad, condición que es

$$\frac{Vr}{R + r' + r} = \text{constante.}$$

Mr. Thompson hace á V, n veces mayor, y se arregla de modo que $\frac{r}{R + r' + r}$ no varíe: luego el quebrado

$$\frac{Vr}{R + r' + r}$$

se ha hecho n veces mayor; y por tanto la densidad, que vale,

$$d = \frac{2KC}{?} \times \frac{Vr}{R + r' + r} \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (17)$$

también ha quedado multiplicada por el número n.

80. Influencia de las dimensiones de la máquina sobre el trabajo útil y sobre el rendimiento eléctrico.

Una investigación, análoga á la que ha hecho Mr. Deprez sobre la potencia total, podemos hacer nosotros sobre la potencia útil de la dinamo.

Para hacerla breve y claramente, tomemos nuestra fórmula (12), que dice

$$T_u = 2\,KC\,d\,VB - (a+1)\,\rho\,d^2 B \text{ watts} \ldots\ldots\ldots \quad (12)$$

Si se acrecen las dimensiones lineales del volumen metálico B del inducido, y por tanto todas las de la máquina, en la proporción de 1 á n, quedando constantes el campo C, la velocidad angular, y la densidad d de la corriente, la nueva potencia útil T'_u de la nueva dinamo será

$$T_u' = n^4 \left(2\,K\,C\,V\,d\,B - \frac{(a+1)\,\rho\,d^2 B}{n}\right) \text{watts} \ldots\ldots \quad (s)$$

De las ecuaciones (11) y (s) se deduce que

$$T_u' > n^4\,T_u$$

Lo que nos dice que la potencia útil crece en proporción algo mayor que la de 1 a n^4.

Lo mismo nos hubiera dicho nuestra fórmula (7) del rendimiento eléctrico,

$$K_e = 1 - \frac{0{,}5\,(a+1)\,\rho\,d}{K\,C\,V} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (7)$$

Si esa fórmula representa el rendimiento eléctrico de la primera dinamo, el de la segunda será

$$K_e' = 1 - \frac{0{,}5\,(a+1)\,\rho\,d}{K\,C\,n\,V} :$$

donde se ve que es mayor que el de la primera.

De estas razones de orden eléctrico y de otras de orden mecánico se deduce que las máquinas grandes han de ser más económicas que las pequeñas, funcionando con la misma densidad de corriente. No se crea, sin embargo, que esta ventaja será tan grande como la que se deduce de la teoría, porque hay cosas que no hemos tenido en cuenta, ni las tuvo Mr. Deprez, y de que luego hablaremos.

81. El teorema de las semejanzas en el terreno de la práctica.

Este teorema, perfectamente exacto en las condiciones de su enunciado y en teoría, porque no se llevan en cuenta ni las dificultades de tener un campo constante con todas las máquinas desde las más chicas á la más grande, ni el calentamiento, ni la fuerza centrífuga en el inducido, que crece rápidamente con el radio, ni la reacción *variable* del campo del anillo sobre el campo inductor, ó sobre el valor de C, no daría ni resultados aproximados en el terreno de la práctica.

Fijémonos en una sola cosa: en el calentamiento de la máquina por el hecho mismo de la circulación de la corriente.

El teorema de Mr. Deprez exige la constancia en la densidad de la corriente en todas las máquinas semejantes; y nosotros, en la página 100, hemos demostrado que esta constancia en la densidad no arrastra la constancia en la elevación de temperatura, y que esta elevación de temperatura es preciso que no pase de cierto límite.

La potencia total T_t de una dinamo, es, según la fórmula (11),

$$T_t = 2\, d\, K\, C\, V\, B \text{ watts} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (11)$$

Si multiplicamos por n todas las dimensiones lineales de esa dinamo, resultará otra, cuya potencia total T'_t será

$$T'_t = 2\, d'\, K\, C\, V\, B \times n^4 \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (a)$$

Pero, según vimos en la página 124, para que ambas dinamos sufran la misma elevación de temperatura es preciso que se tenga

$$d\sqrt{1} = d'\sqrt{n} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (b)$$

ó bien

$$d' = \frac{d}{\sqrt{n}}$$

Sustituyendo este valor de d' en (a), resultará:

$$T_t' = 2\, d\, K\, C\, V\, B \times n^4 \frac{1}{\sqrt{n}} :$$

ó bien

$$T_t' = T_t \times n^{\frac{7}{2}}$$

Donde se ve que ya la potencia de la nueva dinamo no sería n^4 veces mayor que la de la primera, sino solamente $n^{\frac{7}{2}}$ veces mayor.

Por todas las razones expuestas, que por otra parte parece que la experiencia confirma, creemos que es prudente admitir que, entre los límites posibles, la potencia de la máquina no aumenta en mayor proporción que su volumen, ó sea que la tercera potencia de la dimensión lineal.

Ni tampoco tendría aplicación alguna el teorema de las semejanzas, en cuanto las dimensiones de la máquina pasasen de cierto límite. En tal caso no se podría obtener la constancia del campo magnético, á causa de las grandes dimensiones de éste: sería preciso, para sostener esta constancia, poner cuatro polos inductores á la dinamo, en vez de dos, como suponíamos. Pero si se adoptan cuatro polos ya no hay semejanza, y por tanto no hay teorema que aplicar.

V

Del esqueleto y del inductor de la serie-dinamo.

82. Relación de semejanza.

Llámase *esqueleto* de la dinamo al conjunto de los órganos electro-magnéticos, antes de revestirlos con los hilos inductores y los inducidos.

Calculado y conocido por la fórmula (9), página 102, el volumen M del inducido, las dimensiones del esqueleto se deducen de la consideración de aproximada semejanza entre la máquina que se calcula y la *máquina-modelo* del tipo de que se trate, y que supondremos siempre en esta Memoria que sea la máquina bi-polar, serie-dinamo Gramme de corrientes continuas, cuando no especifiquemos otra cosa.

En otro artículo, dedicado especialmente á la construcción, daremos los datos numéricos de la máquina modelo, relativos al esqueleto.

Representemos por X el volumen total del inducido de la máquina-modelo, y por M, como siempre, el de la máquina que se quiere calcular, valor que determinaremos por la fórmula (9).

La relación de semejanza será

$$\sqrt[3]{\frac{M}{X}}$$

Conocido este número, no hay más que multiplicar todas las dimensiones de la máquina-modelo por él, para tener las de la nueva.

Como quiera que ya tenemos calculados por las fórmulas dadas en el artículo 2.°, cap. 2.°, el largo L del inducido, y su sección s, podemos revestir el anillo con el hilo L, dividido en 60 ú 80 carretes ó secciones. Pasemos, pues, al cálculo del inductor.

83. Longitud L' del hilo inductor.

Cuando tratamos del campo magnético, vimos que su intensidad no puede calcularse sin el conocimiento previo de ciertos coeficientes, del número de vueltas N que da el hilo inductor sobre el alma del electro, y de la intensidad de la corriente excitadora I. De estos datos sólo conocemos uno, que es I: porque este es el valor de la corriente que ha de producir la máquina que se calcula, y ese valor está impuesto ó dado en el enunciado general del problema de la construcción. El lector no habrá olvidado que en todos los cálculos hemos supuesto que el campo magnético tenía por intensidad $\frac{1}{6}$.

La ciencia hoy no tiene medios de abordar este problema: «calcular los elementos necesarios para formar un campo magnético que valga $\frac{1}{6}$, con una corriente I dada, excitando un prisma de hierro». En esta situación no queda otro recurso que apelar al método teórico-experimental de Thompson. Vamos á hacerlo así, permitiéndonos una alteración que no cambia en nada la esencia del sistema: en vez de usar un amperómetro y un vóltmetro, como Mr. Tompson, usaremos dos amperómetros; y, en vez de contar los números de vueltas del hilo sobre el alma de los electros, contaremos los metros de largo de dicho hilo.

Arrollemos ó devanemos sobre los hasta ahora desnudos electros de la máquina, montada y pronta á entrar en rotación, un *hilo provisional* de longitud arbitraria, pero conocidamente insuficiente para producir el campo magnético $\frac{1}{6}$, si la corriente excitadora fuera la I que el problema nos impone como dato.

Puesto el hilo provisional sobre los electros, formemos un circuíto con estos elementos: hilo provisional, un amperómetro, un generador de electricidad, y una buena caja de resistencias ó reostato. Este circuíto es el circuíto excitador: el generador imanará los electros.

Formemos ahora un segundo circuíto, compuesto de el hilo inducido del anillo, el cual entrará en circuíto por medio de las escobillas del colector; de un amperómetro; y de una resistencia exterior, cuyo valor ha de ser precisamente $(R + a\ r)$ ó sea $(R + r')$ $\left(\text{puesto que } a = \frac{r'}{r}\right)$. La cantidad $(R + a\ r)$ es ya conocida, porque R es la resistencia exterior *dada* ó impuesta por el enunciado del problema; a es un coeficiente elegido (véase pág. 125); y r es la resistencia del hilo inducido: resistencia ya conocida, puesto que por las fórmulas dadas en el artículo 2.° se conocen su longitud L y su sección s, ó si se quiere por la fórmula (10) página 102, la cual da el valor de r.

Observemos que, en este segundo circuíto, el inducido se va á encontrar en las mismas condiciones que cuando la máquina esté concluída y funcione; porque, aun cuando es verdad que no tiene en el circuíto al hilo del electro, tiene otro que le ofrece la misma resistencia, ar, que le ofrecerá el verdadero, cuando la máquina esté concluída.

Así las cosas, pongamos en marcha ó en rotación el inducido, *á la velocidad* V, impuesta por el problema.

Veamos lo que señala el amperómetro del circuíto inducido: en general no señalará la corriente I que se nos pide, lo cual prueba que el campo magnético no vale $\frac{1}{6}$, porque, si lo valiera, en virtud de las fórmulas con que hemos calculado el inducido, produciría la corriente de intensidad I. Para conseguir que valga $\frac{1}{6}$ el campo magnético, debemos operar sobre el circuíto del inductor, variando la corriente excitadora, por medio de la caja de resistencias: en

cuanto veamos que la corriente que produce la máquina vale I amperes, estaremos seguros de que el campo magnético vale $\frac{1}{6}$.

Apuntemos ahora la longitud l que tiene el hilo provisional, y la intensidad i de la corriente excitadora, que producia el campo $\frac{1}{6}$.

Ahora bien: tratándose, como se trata, de un alma de hierro *dada*, el mismo campo magnético formará el hilo l con la corriente i, que el hilo que buscamos L' con la corriente I, *siempre que se verifique esta condición:*

$$l \times i = L' \times I$$

de donde sacaremos el valor de la incógnita L'.

$$L' = \frac{l\,i}{I} \text{ metros} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (32)$$

Tal es la fórmula que nos da la longitud L' que ha de tener el hilo inductor.

84. Sección s' del hilo inductor.

Conocidos ya, por un lado, la resistencia r' ó ar del hilo inductor, y por otro la longitud L' de dicho hilo, su sección s' se calculará por la fórmula ordinaria de la resistencia de un conductor (página 94); y tendremos

$$r' = \frac{\rho\, L'}{s'} \text{ ohms:}$$

la cual nos dará

$$s' = \frac{\rho\, L'}{r'} = \frac{\rho\, L'}{a\, r} \text{ metros cuadrados} \ldots\ldots\ldots \quad (33)$$

Conocido ya completamente el hilo inductor, lo devanaremos sobre el alma de los electros, y está terminada la serie-dinamo.

Una de las últimas innovaciones introducidas por Mr. Gramme

en su último tipo de dinamo-bipolar de corrientes continuas, consiste en devanar el hilo de los electros en un carrete prismático hueco de cartón, el cual se adapta al electro con la mayor facilidad, ó se aparta del mismo, cuando se quiere: nada más fácil que quitarle á una máquina de estas sus carretes inductores, en el breve tiempo de un minuto. En esta máquina, llamada por Gramme *tipo superior*, porque las piezas polares y el inducido están en lo alto, toda la armazón de la máquina, la placa de fundación, las almas de los electros, y hasta uno de los coginetes, todo es de una sola pieza de hierro fundido, inclusas las piezas polares. No hay, pues, hierro dulce: es una máquina económica, y muy cómoda para quitar ó poner el inducido, ó reemplazarlo con otro, ó cambiar los carretes inductores. Las noticias que sobre sus condiciones de producción y de marcha tenemos son buenas.

Observación. Hay que cuidar de que la densidad de la corriente en el hilo inductor no exceda del límite superior 4.000.000 que nos hemos impuesto, y aun convendría quedarse entre 2.000.000 y 3.000.000. En general, obtendremos una densidad de corriente $\frac{I}{s'}$ inferior á 4.000.000. En caso de que excediese de 4.000.000, ó del número que nos pongamos por límite, no tenemos mas sino aumentar el valor s' que hemos calculado.

Hemos visto máquinas en actividad, con densidades en los inductores, que exceden de 4.000.000 en mucho. En cambio hemos visto dinamos, construídas por la casa Sautter Lemonnier y Compañía, de París, que tienen por densidad de corriente en los inductores 1.300.000 y 2.300.000. Los constructores, en general, tienen tendencia al empleo de fuertes densidades de corriente, para economizar el cobre.

85. Volumen metálico B' del hilo inductor.

El volumen B' es el producto de s' por L', números ya conocidos. Multiplicando ambos miembros de la ecuación (33) por L' resultará:

$$B' = \frac{\rho L'^2}{a r} \text{ metros cúbicos} \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (34)$$

Inútil es agregar que conociendo ya, como conocemos, los volúmenes metálicos B y B' del hilo inducido y del hilo inductor, para obtener los pesos de cobre empleado, no hay más que multiplicar B y B' por 8.870 kilogramos, que es el peso del metro cúbico de cobre.

Empieza á introducirse hoy la costumbre de juzgar de una máquina en vista de la potencia eléctrica por kilogramo de cobre empleado: se dice «tantos watts por kilogramo de cobre». Esto es, en efecto, un dato para juzgar de la máquina bajo cierto punto de vista, pero no bajo todos. Una misma máquina tendrá una potencia variable según la velocidad á que funcione y según la resistencia exterior que se le ponga. El que una máquina tenga una gran potencia eléctrica por kilogramo de cobre, prueba que marcha con un gran campo magnético, saturados los electros, y con gran velocidad: la máquina será relativamente pequeña y barata.

Por lo demás, si el lector quiere conocer este dato en la máquina que calcula, no tiene más que dividir por el peso del cobre, que es $(B+B')\times 8.870$ kilogramos, la potencia útil de la máquina, que es $R\,I^2$ watts.

El número de watts útiles por kilogramo de cobre será

$$\frac{R\,I^2}{8.870\,(B+B')} \text{ watts.}$$

86. Volumen total M' del hilo inductor.

Representemos por S' la sección total (metal y aislante) del hilo inductor, y por s' su ya conocida sección metálica. Los catálogos comerciales nos darán el valor de $\frac{S'}{s'}$, valor variable con s', y que representaremos por h'. Recordando lo que dijimos en las págs. 101 y 102, tendremos: $M'=\frac{4}{3}\,B'\,h'$, ó bien

$$M'=\frac{4\,\rho\,L'^2\,h'}{3\,a\,r} \text{ metros cúbicos. .....} \quad (35)$$

87. El coste G del campo magnético.

Recordemos la fórmula (g) que se dedujo en la página 38, y que nos da aproximadamente el valor de la intensidad del campo magnético cuando los electros están aun lejos de la saturación, ó sea mientras se trabaja en la parte recta de la característica. Dicha fórmula es

$$C = m\, L'\, I \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (g)$$

El volumen metálico del hilo inductor es

$$B' = s'\, L' \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (b)$$

La densidad de corriente en el hilo inductor, densidad que representaremos por d', es

$$d' = \frac{I}{s'} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (c)$$

Eliminando entre esas tres ecuaciones las cantidades I y s' resulta:

$$C = m\, B'\, d' \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (d)$$

La fórmula (d), aunque no es más que una fórmula de aproximación, que no puede usarse más allá de cierto límite *, nos sirve de guía y nos conduce, no á formular leyes, pero sí á prever las consecuencias de ciertos cambios. Ella nos dice, aunque con ciertas restricciones, que la intensidad del campo, formado por una misma alma de electro, aumenta con B' y con d'. Si sólo variase d', la intensidad del campo crece con d'; y si, permaneciendo constante d', aumentase B', crece con B'.

Veamos ahora cuánta energía nos cuesta por segundo el sostenimiento de ese campo magnético C.

---

* Este límite es el señalado por la parte curva de la característica: las fórmulas se aplican mientras la dinamo trabaja dentro de la parte recta de la característica.

La energía eléctrica G que nos cuesta el campo magnético por segundo es

$$G = r' I^2 \text{ watts} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (n)$$

Pero r' vale

$$r' = \frac{\rho L'}{s'} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (f)$$

I vale según ecuación (c),

$$I = d' s' \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (a)$$

Eliminando r' é I resulta

$$G = \frac{\rho L' s'^2 d'^2}{s'} = \rho L' s' d'^2 \text{ watts.}$$

Y como $L' s'$ es B', tendremos:

$$G = \rho B' d'^2 \text{ watts} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (e)$$

Si la fórmula (d) nos dice que, para un mismo volumen B' del carrete inductor, la intensidad del campo crece como d'; y si el coste G del campo (segun la fórmula e), crece como el cuadrado de d, resulta que es económico el producir el campo dado C con un volumen B' grande y una densidad d' pequeña: cosa fácil, puesto que lo único que se necesita para que C quede constante (según fórmula d) es que el producto $B' d'$ no varíe.

No hay que olvidar que todo cuanto llevamos dicho en este número supone:

1.° Que se trata de un alma dada de electro.

2.° Que estamos lejos de la saturación de los electros.

3.° Que todas las vueltas de hilo inductor sobre el alma de los electros, tienen la misma potencia magnetizante, lo cual no es exacto; porque las de mayor radio tienen algo menos que las que están debajo de ellas.

Si se quiere expresar con más laconismo la consecuencia anterior, póngase en la fórmula (*e*) en vez de B' su valor sacado de (*d*), y resulta:

$$G = \frac{\rho}{m} C d' \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (j)$$

Lo que nos dice que el coste de un campo dado C con cualesquiera volúmenes de hilo inductor será proporcional á d'; ó, por mejor decir, crecerá con d', puesto que no se trata de fórmulas exactas *.

---

* Solamente para que se vea con cuánta facilidad se estudia con esas fórmulas la influencia de la densidad d' de corriente en el coste del campo magnético, copiaremos aquí el trabajoso razonamiento que, no obstante su maestría, tiene que hacer Mr. Deprez para poner en claro que un mismo campo magnético se puede obtener con más ó menos coste, viéndose obligado á considerar, para ello, un caso particular.

Dice así en la *Lumière Électrique* del 17 de Octubre de 1885.

«On peut se demander s'il existe una relation définie entre l'intensité et l'étendue d'un champ magnétique et la quantité d'énergie dépensée dans les hélices »pour le produire. Je vais montrer qu' il n' en est rien, et qu' on peut avoir un »champ magnétique d'une grande intensité et d'une grande étendue avec une faible dépense d'énergie.

»Considérons un noyau de fer doux de longueur L et de diamètre d complètement entouré d'une hélice dont les dimensions son L et D, et contenant n spires »(vueltas, hélices), parcourues par un conrant d'intensité I. La quantité d'énergie dépensée dans cette hélice de résistance r sera égale à RI^2, tandis que le »champ magnétique creé sera une fonction du produit nI. On ignore la nature »de cette fonction, mais on sait que le champ magnétique reste le même quand »le produit nI ne change pas, quelles que soient les valeurs des facteurs n et I.

»Ceci posé, imaginons que l'on augmente le diamètre extérieur de l'hélice (llama »hélice al carrete), sans modifier son diamètre intérieur ni sa longueur L, de »façon à doubler le nombre des spires. La longueur totale, et par suite la résistance du fil contenu dans cette nouvelle hélice differera d'autant moins du »double de la longueur primitive, que l'épaisseur de l'hélice comptée dans le sens

Si eliminamos la densidad d' entre las fórmulas (d) y (e) resulta:

$$G = \frac{\rho\, C^2}{m^2 B'} \text{ watts} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (h)$$

lo que nos dice (como leyes aproximadas y aplicables lejos de la saturación):

1.ª Que el coste del campo, ó sea G, está en razón inversa del volumen B' del hilo inductor:

2.ª Que para un volumen metálico B' dado, el coste del campo es independiente del grueso y de la longitud del hilo inductor. Resultado notable que se puede enunciar de este otro modo: con un volumen metálico dado, el formar un campo dado costará lo mismo empleando hilo fino y largo, que grueso y corto.

El mismo estudio que acabamos de hacer acerca del coste del campo, valiéndonos de la fórmula particular

$$C = m\, L'\, I$$

»du rayon sera plus petite par rapport à *d*. D'autre part, la action magnétique »exercée par une spire d'hélice sur le noyau de fer, est sensiblement indépendant »du rayon de cette spire, pourvu qu'il ne varie pas entre des limites trop consi- »dérables. Il resulte de là que si le nombre des spires est doublé dans le sens du »rayon, il suffira de les faire parcourir par un courant égal à $\frac{I}{2}$ pour que l' ac- »tion magnétique totale dépendante de nI conserve la même valeur. Mais, au »contraire, la quantité d'énergie dépensée deviendra $2r \times \left(\frac{I}{2}\right)^2 = \frac{1}{2}\, rI^2$. Ce qui »signifie que nous aurons produit le même champ magnétique avec une dépense »d'énergie sensiblement égale à la moitié de la dépense primitive».

Todo esto lo dice en dos palabras la fórmula (e) de la página 174. Si B' dobla sensiblemente, y d' se reduce á la mitad (que es lo que hace Mr. Deprez), la fórmula $G = \rho B' d'^2$ watts, nos dice que el coste G será la mitad que antes. Lo mismo nos dice la fórmula (h).

«*On ignore la nature de cette fonction*», dice Mr. Deprez. Tanto como ignorarlo no se puede decir, sin olvidarse de los trabajos del doctor Frölich, que da como expresión bastante aproximada del campo magnético, *no teniendo en cuenta la reacción del inducido*,

$$C = \frac{nI}{\alpha + \delta nI}.$$

como expresión de la intensidad del campo, puede hacerse partiendo de la más general del doctor Frölich

$$C = \frac{N I}{\alpha + \beta N I},$$

que nos hubiera conducido á las mismas consecuencias, llegando á estas dos fórmulas:

$$C = \frac{B' d'}{\alpha + \beta B' d'} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad G = \rho B' d'^2$$

Como que β es un número muy pequeño con relación á α, resulta que, para densidades muy pequeñas de corriente, la fórmula primera se podría escribir así:

$$C = \frac{B' d'}{\alpha}$$

Al revés, para densidades muy grandes, el término α podrá despreciarse ante $\beta B' d'$, y en este caso, la fórmula del campo sería

$$C = \frac{1}{\beta} = \text{constante}$$

que corresponde á la saturación de los electros. Saturados los electros, inútil es, en efecto, aumentar la densidad d' de la corriente, porque entonces ella misma desaparece de la fórmula, dándonos esta un valor constante para C.

VI.

De la construcción de la serie-dinamo.

88. Las fórmulas prácticas para coeficientes determinados.

Ya hemos dicho que el problema general de la construcción de una serie-dinamo, planteado en sus naturales términos, es el siguiente:

«Construir una máquina que, marchando á la velocidad V, dada, produzca una corriente de intensidad I, dada también, al través de una resistencia R, asimismo prescrita.»

También hemos dicho, que si en vez de R, se nos diese la diferencia de potenciales e que debe producir la máquina entre sus polos, conoceríamos inmediatamente R, puesto que $R = \frac{e}{I}$. Este valor de R es una resistencia ficticia, empleada para el cálculo.

A continuación insertamos un cuadro con 29 fórmulas, para el caso particular en que se elijan los coeficientes C, K, d, a, δ, que á continuación ponemos, sin perjuicio, por supuesto, de recurrir á las fórmulas generales deducidas en esta Memoria, en el caso de no aceptarlos.

Coeficientes.

$$C = \frac{1}{6}$$
$$K = 0{,}2$$
$$a = 1$$
$$d = 4.000.000$$
$$\rho = 0{,}000.000.02$$
$$\delta = 0{,}87.$$

Los números de orden de las fórmulas particulares que siguen son los mismos que llevan las generales correspondientes, en esta Memoria.

Sección s del hilo inducido..... $s = \frac{I}{8.000.000}$ metros cuadrados..... (1)

Longitud L del hilo inducido.... $L = \frac{30\,RI}{V - 2{,}4}$ metros..... (2)

Diferencia e de potenciales entre los polos de la dinamo..... $e = RI$ volts..... (4)

Fuerza electromotriz E..... $E = \frac{VRI}{V - 2{,}4}$ volts..... (3)

Potencia total eléctrica T_t..... $T_t = \frac{VRI^2}{V - 2{,}4}$ watts..... (5)

Potencia eléctrica útil T_u..... $T_u = RI^2$ watts..... (6)

Rendimiento eléctrico K_e..... $K_e = 1 - \frac{2{,}4}{V}$ ..... (7)

Volumen metálico B del inducido. $B = \frac{RI^2}{266.666\,V - 640.000}$ mets. cúbs. (8)

Volumen total M del inducido... $M = \frac{4}{3}\,\frac{RI^2h\,*}{266.666\,V - 640.000}$ mts. cúbs. (9)

---

* El valor de h lo dan los catálogos de las fábricas. (Véase la página 102.)

Resistencia eléctrica r del inducido	$r = \frac{R}{0{,}83\ V - 2}$ ohms	(10)
Potencia total en función de B..	$T_t = 266.666\ BV$ watts	(11)
Potencia útil T_u en función de B.	$T_u = 266.666\ VB - 640.000\ B$ watts	(12)
Esfuerzo tangencial eléctrico F en función de los datos	$F = \frac{RI^2}{10\ V - 24}$ kilogramos	(13)
Esfuerzo tangencial eléctrico F en función de B	$F = 26.666\ B$ kilogramos	(13)
Pérdida Y de energía por segundo en la dinamo	$Y = 640.000\ B$ watts	(14)
Pérdida Z de energía en el inducido solo	$Z = 320.000\ B$ watts	(15)
Coste H del esfuerzo estático	$H = 12$ watts	(16)
Coste total J del esfuerzo estático.	$J = 24$ watts	(19)
Longitud L' del hilo del inductor.	$L' = l\frac{i}{I}$ * metros	(32)
Sección s' del hilo inductor	$s' = \frac{0{,}000\,000\,02\ L'}{r}$ metros cuadrados	(33)
Volumen metálico B' del inductor.	$B' = \frac{0{,}000\,000\,02\ L'^2}{r}$ metros cúbicos	(34)
Volumen total M' del inductor..	$M' = \frac{0{,}000\,000\,08\ h'L'^2}{3\ r}$ (1) mets. cúbicos.	(35)
Potencia mecánica P_m absorbida.	$P_m = \frac{1}{0{,}87} \times \frac{VRI^2}{10\ V - 24}$ kilográmetros	(27)
Potencia del motor P'_m	$P'_m = \frac{1\ (2)}{t} \times \frac{1}{0{,}87} \times \frac{VRI^2}{10\ V - 24}$ kilográms.	(30)

---

* l é i se han de buscar por el método de Thompson. (Página 168.)

(1) El valor de h' lo dan los catálogos de las fábricas de hilos.

(2) El valor del coeficiente t no puede fijarse: es 1 cuando el árbol de la dinamo embraga directamente con el de la máquina de vapor.

Rendimiento industrial K_i..... $0{,}87\left(1-\frac{2{,}4}{V}\right)$ ..... (31)

Esfuerzo tangencial mecánico F'. $F'(^5)=\frac{1}{0{,}87}\times\frac{RI^2}{10\,V-34}$ kil.^{s}.. (28)

89. Aplicación numérica.

Calcular una dinamo en serie, sistema Gramme, bi-polar, que funcionando á la velocidad lineal de 12 metros por segundo, al extremo del radio medio del inducido, produzca una corriente de 14 amperes, á través de una resistencia exterior de 22 ohms.

Datos { $V=12$ metros. $I=22$ ohms. $R=14$ amperes. } *Bases escogidas y coeficientes* { $a=1$ $K=0{,}2$ $C=\frac{1}{6}$ $\rho=0{,}000\,000\,02$ $d=4.000.000$ $\delta=0{,}87$

EL INDUCIDO.

Las fórmulas indispensables para el cálculo del inducido son las seis siguientes:

1.ª Sección metálica s del hilo inducido... $s=\frac{I}{2\,d}$ metros cuadrados.

2.ª Longitud L del hilo inducido..... $L=\frac{30\,R\,I}{V-2{,}4}$ metros.

3.ª Volumen metálico B del hilo inducido. $B=s\,L$ metros cúbicos.

4.ª Volumen total M del hilo inducido... $M=\frac{4}{3}\,B\,h$ metros cúbicos.

5.ª Resistencia r del hilo inducido..... $r=\frac{0{,}000\,000\,02\,L}{4\,s}$ ohms.

6.ª Relación de semejanza..... $=\sqrt[3]{\frac{M}{X}}$

---

(5) El esfuerzo tangencial mecánico F', lo mismo que el tangencial eléctrico F. se suponen referidos al extremo del radio medio del inducido. (Véase página 97.)

A continuación ponemos los datos necesarios para la aplicación de la relación de semejanza, y el valor de dicha relación, á fin de calcular el esqueleto de la dinamo.

TABLA.

(Figura 19) página 98.

Tipo Gramme = serie — dinamo — bipolar.

Anillo de hierro del inducido..	Diámetro exterior del anillo.....	188 milímetros.
	Espesor del anillo.....	18 milímetros.
	Largo del anillo.....	110 milímetros.
Inducido.....	Espesor de la capa exterior ó útil del hilo inducido.....	12 milímetros.
	Diámetro medio del inducido = $188 + 2 \times \frac{12}{2} = 200$.....	200 milímetros.
	Huelgo entre las piezas polares y el inducido.....	3 milímetros.
	Diámetro entre las piezas polares $188 + 2 \times 12 + 2 \times 3$.....	218 milímetros.
	Volumen total del inducido.....	2 decím.^{s} cúb.^{s}
Inductor.....	En el modelo Gramme bi-polar hay cuatro electros, pero empalmados cada par por los polos del mismo nombre en la correspondiente pieza polar.	
	Largo del alma ó del carrete de cada uno de los cuatro electros.....	15 centímetros.
	Largo de los cuatro carretes.....	60 centímetros.
	Sección transversal (área de la) del alma de los carretes.....	46 centim.^{s} cuad.^{s}
	Volumen total de las cuatro almas..	2,76 decim.^{s} cúb.^{s}
	Distancia entre los bordes próximos de las piezas polares opuestas....	45 milímetros.

El volumen total (2 decímetros cúbicos) que tiene el hilo inducido en esta tabla, y el volumen total M dado por la fórmula 4.ª de la página anterior, determinan el valor de la relación de semejanza, á la cual puede uno atenerse como regla de aproximación, aunque no sea absolutamente necesario seguirla.

Relación de semejanza..... $\sqrt[3]{\frac{M}{2}}$

El campo magnético normal se obtiene en el modelo de la tabla con unos 600 metros de hilo inductor y una corriente de 15 amperes.

Aplicando las seis formulas de la página anterior, resulta:

INDUCIDO (cálculo numérico).

1.ª $s = \frac{14}{8000000} = 0{,}000\,00\,175$ metros cuadrados $= 1{,}75$ milím.^{s} cuad.^{s}

Diámetro del hilo inducido correspondiente á esa sección $= 1{,}520$ milímetros.

2.ª $L = \frac{30 \times 22 \times 14}{12 - 2{,}4} = 963$ metros.

3.ª $B = 963 \times 0{,}000\,00\,175 = 0{,}00\,168\,5520$ metros cúbicos $= 1{,}68$ decímetros cúbicos.

4.ª Valor de h. Para el hilo cuyo diámetro es 1,52, el comercio da $h = 1{,}64$

$$M = B\,h \times \frac{4}{3} = 1{,}68 \times 1{,}64 \times \frac{4}{3} = 3{,}7 \text{ decímetros cúbicos.}$$

5.ª $r = \frac{0{,}000\,000\,02 \times 963}{4 \times 0{,}000\,00175} = 2{,}75$ ohms.

6.ª Relación de semejanza $= \sqrt[3]{\frac{M}{2}} = \sqrt[3]{\frac{3{,}7}{2}} = \sqrt[3]{1{,}85} = 1{,}22.$

ESQUELETO (cálculo numérico).

Anillo...	Diámetro exterior=$188^{mm}\times 1{,}22$.....	229 milímetros.
	Espesor=$18^{mm}\times 1{,}22$.....	22 milímetros.
	Largo=$110^{mm}\times 1{,}22$.....	134 milímetros.
Inducido.	Diámetro entre las piezas polares=$218^{mm}\times 1{,}22$.....	266 milímetros.
	Diámetro medio del indncido = $200^{mm}\times 1{,}22=D_m$*.....	244 milímetros.
	Espesor de la capa exterior de hilo útil $=12^{mm}\times 1{,}22$.....	14,6 milímetros.
Electros..	Largo del carrete de cada uno de los cuatro electros.....	18 centímetros.
	Sección transversal del alma de hierro $=46\times(1{,}22)^2$.....	68 centím.^{s} cuad.^{s}

INDUCTOR (cálculo numérico).

No podemos hacer la aplicación numérica al inductor por faltarnos el dato experimental que se obtiene por el método de Thompson, único que puede emplearse con confianza. No obstante, vamos á terminar estos cálculos haciendo uso de una ley *puramente empírica*, que de ninguna manera podemos garantizar, y que de todos modos tampoco podría aplicarse más que lejos de la saturación de los electros. Dicha ley es la siguiente:

Para que dos electros de almas semejantes formen campos magnéticos de intensidades poco diferentes, basta que las longitudes de los hilos inductores sean proporcionales á los volúmenes de las

* Representaremos siempre por D_m el diámetro medio del inducido.

almas y estén en razón inversa de sus respectivas corrientes excitadoras. Aplicando esta regla, resultaría que

$$L' : 600 :: \frac{(1,22)^5}{14} : \frac{1^5}{15} *$$

Donde 1,22 es la relación de semejanza; 600 la longitud del hilo inductor de la máquina modelo: y 14 y 15 las corrientes de la máquina que se calcula y de la modelo:

$$L' = \frac{600 \times (1,22)^5 \times 15}{14} = \ldots\ldots\ldots \text{ 1189 metros.}$$

La sección metálica s' del hilo inductor se calculará por la fórmula (33), pág. 180, que dice

$$s' = \frac{0,000\,000\,02\ L'}{r} \text{ metros cuadrados:}$$

ó, poniendo por las letras sus valores,

$$s' = \frac{0,000\,000\,02 \times 1189}{2,75} = 0,000\,00\,86 \text{ metros cuadrados} = 8,6 \text{ milímetros cuadrados.}$$

El diámetro correspondiente de ese hilo será 3,4 milímetros.

El volumen metálico B' del inductor será

$$B' = L's' = 1189 \times 0,000\,00\,86 \text{ metros cúbicos} = 10,2 \text{ decímetros cúbicos.}$$

El volumen total M' del inducido será

$$M' = \frac{4}{3}\ B'h'$$

Y como el comercio da para valor de h' el número 1,27, como correspondiente al número 3;4 del diámetro del hilo, resultará

$$M' = 10{,}2 \times 1{,}27 \times \frac{4}{3} = 17 \text{ decímetros cúbicos.}$$

OTROS VALORES (cálculos numéricos).

El número N de vueltas que debe dar la máquina por minuto se deduce del diámetro medio D_m, que vale 0,244 metros. La velocidad V es de 12 metros. El extremo del radio medio del inducido correrá en un minuto 12×60 metros. Luego

$$N \times \pi\, D_m = 12 \times 60:$$

de donde

$$N = \frac{12 \times 60}{\pi \times D_m} = \frac{12 \times 60}{3{,}14 \times 0{,}244} = 960 \text{ vueltas por minuto.}$$

El rendimiento eléctrico K_e, según la fórmula (7), página 179, sería

$$K_e = 1 - \frac{2{,}4}{12} = 0{,}80$$

(Como comprobación, hubiera podido deducirse de la relación entre la resistencia exterior, 22 ohms, y la total, que es $2 \times 2{,}75 + 22$: de modo que $K_e = \dfrac{22}{2 \times 2{,}75 + 22} = 0{,}80$.)

El rendimiento industrial no puede conocerse sino á posteriori: pero, aceptando el valor 0,87 para δ, como término medio prudente para juzgar en un anteproyecto, tendríamos:

$$K_e = 0{,}87\left(1 - \frac{2{,}4}{12}\right) = 0{,}70.$$

La densidad d' de corriente en el hilo inductor sería

$$d' = \frac{I}{s'} = \frac{14}{0{,}000\,00\,86} = 1.628{,}000.*$$

En la aplicación que hemos hecho, y en los coeficientes elegidos, no nos hemos propuesto imponer una regla invariable: los números elegidos para coeficientes pueden cambiar mucho, según la importancia que en cada caso demos á tal ó cual cualidad de la máquina: por ejemplo, que sea pequeña, ó que tenga buen rendimiento, etc.

---

* Esa densidad permitirá reducir bastante el cobre del inductor, caso de que buscásemos, ante todo, economía.

VII

Construcción de la dinamo según el método de Kapp.

90. Nueva fórmula de la inducción.

La fórmula general de la inducción, en un hilo recto de longitud L centímetros, al cual movemos en un campo magnético uniforme de intensidad C unidades C. G. S., perpendicularmente á las líneas de fuerza de dicho campo, y con una velocidad de V centímetros por segundo, es

$$E=CLV \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (a)$$

donde E representa el valor de la fuerza electromotriz de inducción en unidades C. G. S.

Pero en una dinamo, si representamos por l la longitud de un hilo eficaz del inducido ó del anillo, y por N el número de vueltas que da el hilo inducido sobre el anillo, es claro que tendremos:

$$L=\frac{N}{2}\times l \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (b)$$

El coeficiente $\frac{1}{2}$ proviene de que los N hilos del inducido, *efica-*

ces para la inducción, están constantemente divididos por las escobillas en dos mitades agrupadas en derivación: en cada mitad hay solamente $\frac{N}{2}$ hilos *eficaces* agrupados en serie; de modo que el total hilo *eficaz para la fuerza electromotriz* es $\frac{N}{2} \times l$.

Si representamos por a el número de vueltas que por segundo da el inducido, tendremos la siguiente relación entre la velocidad lineal V periférica, ó sea al extremo del radio medio r_m del inducido, y el número a:

$$V = 2 \pi r_m a. \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (c)$$

Sustituyendo en (a) los valores (b) y (c) resultará:

$$E = C N l \pi r_m a, \text{ unidades C. G. S.} \ldots\ldots \ldots \quad (d)$$

Supongamos ahora que todas las líneas de fuerza creadas por el inductor penetran en el anillo de hierro (anillo-Gramme), y supongamos además que cada pieza polar recubra medio anillo, aunque en realidad recubre menos. En estas hipótesis podremos establecer la siguiente relación entre la intensidad media C del campo magnético en el *entreferro* * de la dinamo, y la intensidad media C' del campo en el interior del anillo hierro.

$$C \times \pi r_m l = C' \times 2 S \text{ unidades C. G. S.} \ldots\ldots \quad (e)$$

Ecuación en la que $2 S$ representa la doble sección llena del anillo hecha por un plano que pasa por el eje de este. La ecuación (e) se deduce considerando que los valores de los campos formados

---

* Se llama *entreferro* el espacio comprendido entre la superficie externa del anillo y la interna de las piezas polares, esto es, el campo magnético en que se mueven los hilos eficaces del inducido.

en dos sitios distintos por un mismo *haz* de líneas de fuerza, son inversamente proporcionales á las secciones transversales del *haz* hechas por dichos dos sitios. En la dinamo, el haz magnético en el entreferro tiene una sección que se puede expresar por $\pi r_m l$, al paso que en el anillo la sección del haz total es $2 S$, porque las líneas de fuerza, al penetrar en el anillo, se dividen en dos porciones iguales que recorren cada una la mitad del anillo, para dirigirse á la otra pieza polar.

Podemos sustituir en la ecuación (*d*), en vez de $C \pi r_m l$, su valor sacado de la ecuación (*e*), y tendremos:

$$E = 2 N a C' S \text{ unidades C. G. S.} \ldots\ldots\ldots \quad (1)$$

Y, puesto que 10^8 unidades C. G. S. de fuerza electromotriz equivalen á un volt, podemos escribir la misma ecuación (1) de este otro modo:

$$E = \frac{2 N a C' S}{10^8} \text{ volts.} \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (1)$$

La fórmula (1) es empleada por algunos autores: conviene, pues, que el lector conozca esa nueva expresión de la fuerza electromotriz de inducción y que vea que en la esencia es la misma que la que hemos empleado en esta Memoria: esta nueva fórmula ofrece la ventaja de contener la expresión S, que es la sección simple, llena, del anillo de hierro; y, también como aproximación, representa esa letra S la superficie de una de las vueltas ó espiras del hilo inducido.

91. Diámetro del anillo.

Para el cálculo del diámetro del anillo se puede partir de una cierta velocidad lineal V, en cierto modo arbitraria, que se elige ó se fija *à priori*. Esta velocidad oscila en la práctica entre 10 y 20 metros. Fijémonos en 12 metros para poner un ejemplo.

Entonces podremos escribir:

$$a \times 2 \pi r_m = 12 \text{ metros} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (2)$$

(ó bien 1200 centímetros en el caso de que r_m exprese centímetros).

En esta fórmula (2) podemos disponer de a ó de r_m, números que variarán en razón inversa uno del otro. Supongamos que escogemos para el anillo 800 vueltas por minuto. Entonces tendremos:

$$a = \frac{800}{60} = 13 \text{ vueltas por segundo}$$

Poniendo este valor de (a) en (2) tendremos

$$13 \times 2\,\pi\, r_m = 12 \text{ metros:}$$

de donde sacaremos el valor de $2\,r_m$, ó sea del diámetro del anillo, que llamaremos d:

$$d = 2\,r_m = \frac{12}{13\,\pi} = 0{,}3 \text{ metros.}$$

Tal sería el diámetro del anillo: en cuyo cálculo vemos que no se atiende más que á condiciones mecánicas ó de conveniencia que pueden cambiar según los casos: como vemos también que ese diámetro tiene mucho de arbitrario, porque depende de los valores en cierto modo arbitrarios que atribuyamos á V y á a.

Se llaman máquinas de gran velocidad aquellas que se han calculado partiendo de un valor para a muy alto, por ejemplo 1000 á 1500 vueltas por minuto. De pequeña velocidad se llaman aquellas que se han calculado para funcionar normalmente con velocidad angular de 300 á 500 vueltas por minuto.

92. Intensidad media C' del campo magnético en el hierro del anillo.

Ya hemos visto que el hierro no puede pasar nunca de la saturación magnética y no conviene que el hierro del anillo funcione á saturación. C' tiene por tanto un límite que depende de la clase del hierro del anillo. El límite de C' en los mejores hierros, es de 25.000 unidades C. G. S. El valor que prudencialmente conviene adoptar es 10.000 unidades C. G. S., que equivale á 1 unidad práctica de las convenidas en esta Memoria.

93. Resistencia r del hilo inducido.

Mr. Hospitalier toma por base para este cálculo la pérdida de energía eléctrica que se quiere consentir en el anillo: pérdida que, en las máquinas construídas, oscila entre el 1 y el 10 por 100 de la potencia total eléctrica producida por la máquina. Si representamos por k la fracción de esta energía total, que se pierde al transformarse en calor en el hilo inducido, podremos escribir

$$K = \frac{r I^2}{E I} = \frac{r I}{E} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (3)$$

Como quiera que se suponen datos del problema E y I, la fórmula nos dará el valor de r en cuanto atribuyamos á k el valor arbitrario elegido, por ejemplo, 0,06. Hay que tener presente, sin embargo, que no conviene que el valor elegido para k sea tal que resulte una densidad de corriente en el inducido superior á 4 ó 5 amperes por milímetro cuadrado de sección del hilo inducido *.

94. Sección S simple, llena, transversal, del anillo.

Mr. Kapp admite como buena regla práctica que para una velocidad lineal periférica del inducido, de 15 metros por segundo, la superficie exterior del anillo debe tener 5 centímetros cuadrados por cada watt que se convierta en calor, cada segundo, en el hilo inducido; de modo que representando por d el diámetro exterior del anillo, y por l la longitud de este, podemos escribir

$$\pi d l = 5 r I^2 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (4)$$

Esta ecuación (en la cual d y l expresan centímetros, I amperes, y r ohms) nos dará el valor de l, ya que todo lo demás es conocido. Si el anillo resultase demasiado achatado, dice Mr. Hospitalier, sería necesario disminuir d y aumentar l. En la práctica el valor de l oscila entre 0,8 d. y 2,5 d.

---

* En el cálculo de las piezas que siguen hemos tomado por guía un buen trabajo del distinguido ingeniero electricista M. E. Hospitalier.

El espesor e del anillo se hace ordinariamente algo menor que $\frac{d}{5}$ para facilitar el devanado del hilo y la colocación del árbol. Conociendo ya l y e, el valor de S será, (expresando l y e centímetros),

$$S = l\ e \text{ centímetros cuadrados}$$

Los anillos se hacen unas veces de planchas de palastro superpuestas, de un milímetro de espesor, separadas unas de otras por hojas de papel y mejor de mica; y otras veces se construyen con alambre de hierro barnizado. En el primer caso la sección real S del anillo no es más que las 0,9 de la sección aparente, y en el segundo caso es las 0,8.

95. Determinación de N.

Si en la fórmula segunda de las (1) ponemos en vez de C' y de S sus valores ya determinados, que son 10.000 y le cent.^{s} cuad.^{s}; y en vez de E el valor impuesto ó dado en el enunciado del problema, expresado en wolts, resultará determinado ó conocido el valor de N:

$$N = \frac{E \times 10^8}{2\ a\ C'\ S} \text{ vueltas del hilo inducido.....} \quad (5)$$

Este número de vueltas se ha de dividir en tantas partes iguales como carretes se quiere que haya: una parte para cada carrete. Para hacer exacta la división puede aumentarse el número N, en la cantidad necesaria.

96. Determinación de la longitud L del hilo inducido.

Cada vuelta del hilo inducido tiene próximamente (por defecto) una longitud

$$2\ (l + e):$$

luego el hilo total tendrá una longitud (por defecto) de

$$L = 2\ N\ (l + e) \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (6)$$

97. Sección s del hilo inducido.

Conociendo la resistencia total r del hilo inducido *entre las escobillas*, que como ya sabemos, es *cuatro veces menor* que la que ofrecería el hilo L desplegado, tendremos:

$$r = \frac{\rho L}{4 s}$$

Si L se expresa en metros, r en ohms, y s en metros cuadrados, entonces ρ representa la resistencia específica del cobre, y vale 0,000.000.02 ohms.

De esa fórmula se despejará s, que será, por tanto, conocido:

$$s = \frac{4 r}{\rho L} \qquad (7)$$

Conviene asegurarse de que con esta sección s que acabamos de encontrar, y la corriente I, impuesta, la densidad de corriente en el inducido, densidad que es $\frac{I}{2 s}$, no excede de 4 á 5 amperes por milímetro cuadrado de sección del hilo, Mr. Hospitalier se atreve á fijar á la densidad de corriente unos límites que nos parecen expuestos por lo amplios: dice que puede oscilar la densidad de corriente entre 3 y 10 amperes por milímetro cuadrado.

98. Peso del hilo del anillo.

Conociendo el largo L del hilo de cobre del anillo, así como la sección s de este hilo, y el peso específico 8,9 del cobre estirado, fácilmente se obtiene el peso de cobre del inducido. Dividiendo la potencia eléctrica total $E\,I$ de la dinamo, expresada en watts, por el peso anterior de cobre, en kilogramos, resultará el número de watts por kilogramo de cobre del inducido. Este número depende mucho de la velocidad de la máquina y de la potencia de los electros ó sea de la excitación. Cuanto mayores son estas dos cosas, mayor es el número de watts por kilogramo de cobre del inducido. Las

máquinas mejores *bajo este punto de vista*, llegan hasta 1400 watts por kilogramos cobre, y las peores 200 watts.

99. Un ejemplo de aplicación numérica citado por Mr. E. Hospitalier.

Nuestro compañero Mr. Hospitalier cita el siguiente ejemplo de una máquina de anillo-Gramme, construída en Inglaterra por Mr. Jones. Esta máquina es de doble devanado (compound), y de potencial constante.

La dinamo de que se trata da 950 vueltas por minuto, 100 wolts en los *bornes* * ó polos, y una corriente de 64 amperes.

La potencia eléctrica disponible ó útil, es, pues,

$$100 \times 64 = 6400 \text{ watts.}$$

El anillo lleva 52 carretes, y cada carrete lleva ocho vueltas ó espiras: de modo que

$$N = 52 \times 8 = 416 \text{ vueltas.}$$

El coeficiente a valdrá en esta dinamo

$$a = \frac{950}{60} = 16 \text{ vueltas por segundo}$$

El anillo de hierro tiene 36,8 centímetros de diámetro: y, por lo tanto,

$$d = 36{,}8 \text{ centímetros.}$$

La longitud l del anillo es de 16,5 centímetros.

El espesor e del anillo es de 7 centímetros.

La sección S del anillo es de 115 centímetros cuadrados.

---

* El distinguido marino y sabio profesor de la Escuela de torpedos, Sr. Bustamante, propone acertadamente que la palabra francesa *bornes*, se traduzca por *terminales*.

La resistencia r del inducido, entre las escobillas, es 0,106 ohms.

La pérdida de potencial en el inducido será, según la ley de Ohm,

$$r\,I = 0{,}106 \times 64 = 6{,}8 \text{ volts.}$$

La fuerza electromotriz total E era, pues,

$$E = 100 + 6{,}8 = 106{,}8 \text{ volts.}$$

El coeficiente k era

$$k = \frac{r\,I}{E} = \frac{6{,}8}{106{,}8} = 0{,}06$$

De la fórmula (1) se deduce

$$C'S = \frac{E \times 10^8}{2\,N\,a}$$

Poniendo en ella en vez de E, de N y de a sus respectivos valores, resultará:

$$C'S = \frac{106{,}8 \times 100.000.000}{2 \times 416 \times 16} = 811\,000 \ldots\ldots \quad (f)$$

Este producto $C'S$ es lo que se llama *flujo de fuerza magnética* en el interior del anillo.

La sección simple y llena S del anillo es de 115 centímetros cuadrados, como hemos visto; mas como en esta dinamo el anillo está formado por alambre de hierro, quedan huecos, y en consecuencia la sección real del anillo es la fracción $\frac{\pi}{4}$ de 115.

$$S = \frac{\pi}{4} \times 115 = \frac{3{,}14}{4} \times 115 = 90 \text{ centímetros cuadrados.}$$

Resulta, pues, que el valor de C', sacado de la ecuación (f), será

$$C' = \frac{811\,000}{90} = 9010$$

unidades C. G. S. de campo magnético, ó sea 0,9 unidades prácticas de las aceptadas en esta Memoria para expresar la intensidad de un campo magnético.

La velocidad periférica ó lineal del inducido en esta dinamo era

$$V = \frac{\pi \times 37 \times 950}{60} = 1800$$

centímetros por segundo, ó sea 18 metros.

La potencia eléctrica, consumida en pura pérdida en el anillo, era

$$r\,I^2 = 0{,}106 \times 64^2 = 434 \text{ watts}$$

La superficie exterior del inducido será próximamente

$$\pi\,d\,l = 3{,}14 \times 37 \times 16{,}5 = 1964 \text{ centímetros cuadrados.}$$

La superficie exterior del inducido por cada watt convertido en este en calor era

$$\frac{1964}{434} = \text{cerca de 5 centímetros cuadrados.}$$

El hilo inducido de esta dinamo era una verdadera cinta de cobre, cuya sección s era de 1,8 por 5,6 milímetros, ó sea 10 milímetros cuadrados.

La densidad de la corriente, era, pues

$$\frac{I}{2\,s} = \frac{64}{2 \times 10} = 3{,}2 \text{ amperes por milímetro cuadrado.}$$

Cada vuelta ó espira del hilo inducido era de 56 centímetros; y, como hay 416 vueltas, resulta que la longitud total del hilo inducido era

$$L=56\times416=23296 \text{ centímetros}=233 \text{ metros.}$$

Como la fuerza electromotriz de la dinamo es de 106,8 volts, resulta que cada volt es producido por

$$\frac{233}{106,8}=2,2 \text{ metros de hilo, próximamente.}$$

Comparemos este último resultado con el que hubiéramos obtenido, calculando el largo del hilo inducido por nuestra fórmula

$$E=0,2\ C\ L\ V$$

Si en esta fórmula hacemos

$$E=1 \text{ volt,}$$

$$C=\frac{1}{6} \text{ unidades prácticas de campo,}$$

$$V=18 \text{ metros,}$$

resultará

$$L=\frac{E}{0,2\ C\ V}=\frac{1}{0,2\times\frac{1}{6}\times18}=1,7 \text{ metros}$$

en vez de 2,2 que nos ha dado el anterior cálculo.

Facil es hallar, aunque groseramente, el valor del campo magnético en la dinamo Jones, el cual campo magnético C, no hay que confundirlo con el C', que es el del interior del anillo.

La fórmula (e) nos da

$$C=\frac{2\ SC'}{\pi\ r_m\ l}$$

Poniendo en ella,

$$SC'=811000,$$

$$\pi r_m l=\frac{\pi d l}{2}=\frac{1964}{2}=982,$$

que son valores más arriba encontrados, se tendrá

$$C=\frac{2\times 811000}{982}=1652 \text{ unidades C. G. S.}$$

Y en las unidades prácticas convenidas sería

$$C=0{,}1652 \text{ unidades prácticas:}$$

campo casi igual al $\frac{1}{6}$ que nosotros hemos supuesto siempre.

Este campo, relativamente pequeño, se explica por tratarse de una dinamo auto-regulatriz.

CÁLCULO DEL INDUCTOR.

100. Hipótesis de Kapp.

En esta parte seguiremos el sistema de cálculo propuesto por Mr. Kapp, y publicado por el ya citado Mr. E. Hospitalier en Diciembre de 1886.

Dice así nuestro compañero Mr. Hospitalier.

«El objeto de los inductores es crear en el anillo un flujo de fuerza $C'S$, cuyo valor se determina al calcular el inducido. Observemos que el flujo de fuerza *total* que hay que crear en el anillo es

$$2\,C'S,$$

puesto que, por su misma distribución, la mitad $C'S$ del flujo total pasa por medio anillo y la otra mitad del flujo por el otro medio.

»Hay dos casos que considerar, según que los inductores tienen ó no polos consecuentes * En el primer caso, cada rama derivada de la pieza polar no tiene que suministrar más que un flujo útil de fuerza, igual á *C'S:* mientras que en el segundo caso el inductor único en herradura tiene que suministrar el flujo útil *total* 2 *C'S*. Consideraremos el segundo caso.

»Para el cálculo de los inductores vamos á servirnos de las fórmulas prácticas propuestas por Kapp, después de haberlas reducido (no sin trabajo) á las unidades del sistema C. G. S.

»Lo primero que hay que determinar es la *sección de los inductores*. Es evidente que esta sección deberá ser mayor que la del inducido que dejase paso al mismo flujo de fuerza. En efecto, por analogía, y siguiendo á Mr. Kapp, se puede asimilar un circuíto magnético, recorrido por un flujo de fuerza, á una pila trabajando sobre una resistencia interpolar. La fuerza magnetizante, expresada en amper-vueltas, viene á ser el equivalente de la fuerza electromotriz de la pila: la resistencia magnética del primer circuíto es el equivalente de la resistencia eléctrica del segundo circuíto; y el flujo de fuerza magnética en el primero corresponde á la intensidad de la corriente en el segundo.

»Colocada en un medio aislante, como lo es el aire, para la electricidad, la pila nos da una corriente cuyo valor viene dado por la fórmula de Ohm

$$I = \frac{E}{R}$$

Pero si la pila entera la sumergimos en un medio ó líquido algo con-

---

* Sabido es que en todos los conocidos modelos de la dinamo-Gramme cada pieza polar recibe dos polos del mismo nombre de dos electros: en estas máquinas cada pieza polar, es, pues, un polo consecuente. En el tipo-Gramme, llamado *superior*, las piezas polares son los extremos de un gran electro-imán en herradura, cuya culata es de fundición, lo mismo que las almas de los carretes, y todo está fundido en una sola pieza. En esta dinamo, lo mismo que en la Edison y otras, no hay polos consecuentes.

ductor, el agua, por ejemplo, la corriente que circulará por la resistencia exterior, ó útil, será más pequeña que la corriente total engendrada por la pila, á causa de las derivaciones producidas en el seno del líquido.

»Una cosa análoga sucede con el circuíto magnético que se encuentra sumergido en el aire: medio cuya resistencia magnética no es infinita. El flujo total, producido por la fuerza magnetizante $N\,I$, (número de amper-vueltas) se disemina en parte en el aire y en los cuerpos inmediatos, y solamente pasa por el anillo una parte, si bien se procura, con buenas disposiciones de construcción, que sea lo mayor posible.

»El flujo total de fuerza producido es, pues, por estas razones, mayor que el flujo utilizado; y por esto es preciso que la sección total de los inductores sea mucho más grande que la del inducido.

»Si, para disminuir el peso y emplear intensidades de campo magnético iguales en las dos partes de la máquina, se hiciesen ambas secciones de hierro iguales, sería imposible saturar el inducido, fuese cual fuese la potencia de la excitación y el gasto que esta nos produjese: la máquina tendría una pequeña fuerza electromotriz y no sería *compoundable*. Es, por tanto, preciso trabajar con una gran densidad de campo magnético en el inducido y una pequeña densidad en los inductores.

»Ordinariamente la densidad en los inductores, no teniendo en cuenta más que el flujo útil, es solamente la mitad de la densidad del inducido; y por consiguiente la sección del inducido debe ser cuatro veces mayor que la *simple* sección llena del anillo.

Representando por S' la sección del inductor, y por S la simple sección del anillo, tendremos:

$$S' = 4\,S \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (8)$$

101. Determinación del número $N\,I$ de amper-vueltas.

«Despreciemos, en una primera aproximación, las pérdidas de flujo por el aire: ó, lo que es lo mismo, supongamos la dinamo sumer-

gida en un medio cuya resistencia magnética sea infinita en todas partes menos en el *entreferro*, ó sea en el espacio comprendido entre las piezas polares y la superficie exterior del anillo. En el entreferro habrá la resistencia magnética que realmente ofrece el aire.

»Llamemos Z al flujo total de fuerza $2C'S$, y representemos respectivamente por R, R' y R'' las resistencias magnéticas que ofrecen al flujo de fuerza el aire, el anillo de hierro y el inductor. Así se tendrá, por analogía con la fórmula de Ohm,

$$Z = \frac{NI}{R + R' + R''} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (m)$$

Representemos por ρ, ρ', ρ'', las resistencias magnéticas específicas de los tres medios antedichos; por l, l', l'', las longitudes medias respectivas de cada una de esas partes; y por s, s', s'', las secciones respectivas correspondientes. Así tendremos *:

$$\textit{Para el aire}\ldots\ldots\ R = \rho\,\frac{2\,l}{s} \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (n)$$

puesto que las líneas de fuerza (ó el flujo) atraviesan dos veces el aire (s' representa la sección del aire, ó sea la superficie cilíndrica de la pieza polar).

$$\textit{Para el anillo}\ldots\ldots\ R' = \rho'\,\frac{l'}{2\,s'} \ldots\ldots\ldots \quad (p)$$

puesto que las dos longitudes l' están en derivación.

$$\textit{Para el inductor}\ldots\ldots\ R'' = \rho''\,\frac{l''}{s''} \ldots\ldots\ldots \quad (q)$$

---

* Hay que advertir que la s' minúscula representa aquí lo mismo que en todo este artículo hemos representado por la letra S mayúscula: esto es, la sección simple del anillo.

Sustituyendo en (*m*) los valores (*n*), (*p*) y (*q*), tendremos:

$$Z = \frac{NI}{\rho \frac{2l}{s} + \rho' \frac{l'}{2s'} + \rho'' \frac{l''}{s''}} \ldots\ldots\ldots (r)$$

»Como que Z es ya conocido, para determinar NI bastará conocer el denominador del anterior quebrado: de modo que es preciso determinar el valor de las resistencias magnéticas específicas de las diferentes partes del sistema, en los diferentes grados de saturación, y fijar ante todo una

102. Unidad práctica de resistencia magnética.

»Expresando los flujos de fuerza en unidades C. G. S., las potencias magnetizantes en amper-vueltas, y las dimensiones en centímetros, la unidad práctica de resistencia magnética específica es el valor de ρ que se deduciría de la relación

$$Z = \frac{NI}{\rho \frac{l}{s}},$$

poniendo en ella $Z = 1$ $n = 1$ $I = 1$ $l = 1$ $s = 1$.

»Esta nueva unidad va á servirnos para el cálculo de las diferentes resistencias del circuíto magnético formado por el inductor, el aire y el anillo.

103. Entreferro.

La resistencia magnética del entreferro (el aire) es constante é independiente de la fuerza magnetizante. La resistencia del entreferro será dada por sus dimensiones en centímetros y el valor de ρ. Según Mr. Kapp

$$\rho = 0{,}61.$$

»Este número 0,61 se refiere al aire y á los metales no magnéticos como el cobre, á la temperatura ordinaria; pero no se sabe cómo varía ese número con la presión y con la temperatura.

»Con respecto á l y s, están ya determinados anteriormente. Las expansiones polares que se emplean en las dinamos tienen por objeto disminuir la resistencia magnética del entreferro, y no, como antes se creía, someter á la inducción mayor número de hilos exteriores. No hay que hacer, sin embargo, demasiado grandes estas expansiones polares (en el sentido de la circunferencia); porque la proximidad de las dos piezas polares desviaría una parte del flujo magnético, que pasaría directamente de la una á la otra, sin pasar por el anillo.

104. Inductor.

»La resistencia magnética del hierro no es una magnitud constante: es sensiblemente constante para pequeños valores de la fuerza magnetizante NI, tales que la intensidad del campo en el hierro no exceda de 5000 á 6000 unidades C. G. S. Más allá de este límite, la resistencia magnética del hierro aumenta rápidamente y tiende al infinito.

»Tratando de traducir en ecuación los resultados de sus experimentos, ha llegado Mr. Kapp á adoptar una fórmula empírica que permite determinar el valor de la resistencia magnética específica en función del grado de saturación.

»Sea Z' el valor máximo del flujo de fuerza que puede atravesar una masa de hierro cuando la potencia magnetizante es infinita: sea Z el flujo de fuerza producido por una potencia magnetizante dada NI. Sea h el grado de imanación correspondiente á NI.

»Tendremos

$$h = \frac{Z}{Z'} \qquad (s)$$

»Si se representa por ρ la resistencia específica inicial relativa á pequeños valores de h, Kapp obtiene la relación empírica siguiente:

$$\rho_h = \rho \left(\frac{\operatorname{tang} \frac{\pi}{z} h}{\frac{\pi}{z} h} \right) \qquad (t)$$

fórmula en la cual ρ_h representa la resistencia específica correspondiente al grado h de saturación.

»Basta calcular una vez para todas la expresión entre paréntesis de la fórmula (t) y construir la correspondiente tabla, para conocer la resistencia específica del hierro en sus diferentes grados de saturación.

»Este grado de saturación depende á su vez del valor máximo que puede tomar la densidad del campo magnético en el hierro, sometido á una potencia magnetizante infinita.

»He aquí algunas cifras medias de saturación dadas por Mr. Kapp.

		Valor de C' en unidades C. G. S.
Armaduras.	Hilo de hierro, al carbón vegetal, bien recocido.	23250
	Discos de hierro, al carbón vegetal, bien recocido.	20420
Inductores.	Hierro forjado, bien recocido.....	16740

»Estas cifras son superiores á las que antes habían obtenido los Sres. Rowland, Bosanquet y Hopkinson: las diferencias pueden atribuirse á la mejor calidad de los hierros empleados en las actuales dinamos, ó quizá también á que dichos observadores no han llevado la excitación ó potencia magnetizante hasta su último límite.

»El valor inicial de ρ para el hierro, cualquiera que sea su calidad, es, en nuestro sistema de unidades, ya explicadas,

$$\rho = 0{,}000347.$$

»Con estos datos es fácil calcular la resistencia magnética del inductor, una vez conocidas sus dimensiones, el grado de saturación h y su resistencia magnética específica inicial ρ.

»Si resultase una resistencia magnética demasiado grande, se puede disminuir aumentando un poco la sección del inductor, lo cual reduce, para un flujo dado, el grado de saturación, y por consiguiente la resistencia magnética específica. También se puede disminuir la *longitud* del inductor, cuyo valor nos lo daremos *à priori*. La fórmula justifica, como se ve, el uso de los inductores gruesos y cortos de las actuales dinamos, así como la presencia de una culata * de dimensiones transversales suficientes, todo con el objeto de reducir á lo menos posible la resistencia magnética del circuíto.

105. Inducido.

»Los mismos cálculos aplicados al anillo, permiten calcular su resistencia magnética, sobre la cual podemos influir después, modificando la sección, y por tanto el grado h de saturación.

»Los valores de las resistencias magnéticas R, R' y R'', sustituídos á estas letras en la expresión (m), darán el valor $\mathcal{N}I$ de amper-vueltas.

»El valor de $\mathcal{N}I$ encontrado por este procedimiento no es más que un límite inferior del número de amper-vueltas, realmente necesario para producir el flujo magnético $2\,C'S$ en el anillo. Hemos visto que el flujo producido era siempre mayor que el utilizado. Tendremos, pues, que aumentar el valor obtenido para $\mathcal{N}I$ en una cantidad variable según la forma de la máquina, el grado de saturación del inductor y del inducido, la calidad del hierro empleado, etc., y entonces se tendrá el verdadero valor $\mathcal{N}I$.

»Mr. Kapp, por medio de un cálculo sumamente ingenioso, ha tratado de *calcular* este factor, debido á las pérdidas de flujo; pero no nos parece satisfactorio, porque hace intervenir nuevos coeficientes. Hasta nueva orden, encontramos preferible procurar evaluar ese factor y fijar sus límites valiéndonos de los experimentos de los mencionados Sres. Kapp y Hopkinson. Estas pérdidas varían, según las máquinas, de un 15 á un 30 por 100. Habrá, pues, que aumen-

---

* *Culata:* la pieza de hierro ó de fundición que reune los polos libres de dos electros, para formar de ambos un solo electro-imán en herradura.

tar el valor obtenido para NI en un 15 ó un 30 por 100 de ese mismo valor.

»Por otra parte, siempre ha lugar á compensar los pequeños errores resultantes del imperfecto conocimiento de los coeficientes, ya sea por un cambio en la velocidad de la dinamo, ó ya por una resistencia intercalada en el circuito de excitación, si la máquina es shunt-dinamo».

CAPÍTULO TERCERO.

La dinamo considerada como receptriz.

Antes de abordar el estudio de la trasmisión de la fuerza por medio de la electricidad, conviene considerar aisladamente en este corto capítulo el papel de la dinamo en su función de receptriz, y deducir algunas fórmulas. Lo que falta en este capítulo para tener el estudio completo de la receptriz, lo encontrará el lector en el siguiente, que abarca el problema de la generatriz y la receptriz enlazadas por una línea conductora más ó menos larga, formando todo un circuíto continuo.

106. Ecuación de la conservación de la energía en la receptriz. Supongamos que la receptriz recibe una corriente de intensidad I; que la diferencia de potenciales entre sus polos es e_1 volts; que la fuerza contra-electromotriz que desarrolla es E_1 volts; que la resistencia de su hilo inducido es r_1 ohms, y la del inductor r'_1; y que es una magneto, ó una dinamo en serie, ó con excitación independiente: (en los casos primero y último $r'_1 = o$).

La energía eléctrica que por segundo recibe la receptriz, es $e_1 I$ watts. Esta energía eléctrica, se descompone desde luego en dos partes ó sumandos: la primera se transforma en calor en los hilos de la dinamo, y vale $(r_1 + r'_1) I^2$ watts: la segunda representa el trabajo

eléctrico útil (no el mecánico útil) y vale, como sabemos, $E_1 I$ watts. Según la ley de la conservación de la energía, se tendrá:

$$e_1 I = (r_1 + r'_1) I^2 + E_1 I \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (a)$$

107. Rendimiento eléctrico de la receptriz.

El rendimiento eléctrico de la receptriz, representándolo por K_e', vale

$$K_e' = \frac{E_1 I}{e_1 I} = \frac{E_1}{e_1} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (e)$$

Pero el trabajo *eléctrico* útil $E_1 I$, que por segundo produce la receptriz, no hay que esperar encontrarlo, convertido en mecánico, en el árbol de la máquina ó en el freno de Prony, aplicado á la polea de la receptriz. Si aplicamos el freno, encontraremos un trabajo mecánico inferior á $E_1 I$ watts, ó sea á $\frac{E_1 I}{10}$ kilográmetros por segundo. La transformación de la energía eléctrica $E_1 I$ en mecánica no se hace sin una pérdida análoga á la que vimos que se producía en la generatriz, al operarse la transformación inversa. La pérdida de ahora es debida á las mismas causas que explicamos en la página 86, y se tiene en cuenta por medio del coeficiente de trasformación δ', introducido por Mr. Cornu. Claro es que este coeficiente, como el δ, es algo variable de una máquina á otra, y aun en una misma, según las condiciones en que se la hace funcionar. Pero en este último caso se puede aceptar un término medio para usarlo en ante-proyectos, y poder formar juicio aproximado y *à priori*, del rendimiento industrial. Nosotros adoptaremos el número 0,89 como término medio. El número δ' representa la relación entre el trabajo recogido al freno de Prony sobre la receptriz y el trabajo eléctrico $E_1 I$: de modo que la expresión

$$\delta' E_1 I \text{ watts.}$$

representa el verdadero trabajo mecánico recogido en cada segundo

sobre el árbol de la receptriz. Claro es que δ' es siempre menor que la unidad.

La ecuación (a) podría escribirse así:

$$e_1 I = (r_1 + r'_1) I^2 + (1 - \delta') E_1 I + \delta' E_1 I \ldots\ldots \quad (b)$$

donde $e_1 I$, es la energía eléctrica. recibida por segundo por la receptriz;

$(r_1 + r_1') I^2$, la energía convertida en calor por segundo en los hilos de la receptriz;

$(1 - \delta') E_1 I$, la energía perdida por segundo en las resistencias pasivas mecánicas y eléctricas; y

$\delta' E_1 I$, el trabajo mecánico utilizado en el árbol de la receptriz.

108. Rendimiento industrial de la receptriz.

Es la relación entre el trabajo mecánico utilizado $\delta' E_1 I$, y el trabajo eléctrico $e_1 I$.

Representándolo por K_i', tendremos:

$$K_i' = \delta' \frac{E_1}{e_1},$$

ó bien, según (e),

$$K'_i = \delta' K'_e.$$

De modo que el rendimiento industrial es igual al producto del coeficiente de transformación δ' por el rendimiento eléctrico K'_e. Los dos segundos números son menores que la unidad: luego su producto, ó sea K'_i, con mayor razón.

109. Medida experimental de e_1 y de E_1, y del coeficiente de transformación δ'.

Un vóltmetro en derivación sobre los polos ó *bornes* de la receptriz nos dará por simple lectura el valor de e_1; y un amperómetro, intercalado en el circuíto general, nos dará del mismo modo el valor de I. La ecuación (a), suprimiendo el factor común I, nos dará

$$E_1 = e_1 - (r_1 + r'_1) I.$$

El segundo miembro es conocido, luego conoceremos E_1. En cuanto al valor de $(r_1 + r'_1)$, lo dan los constructores de la máquina, y en caso contrario nada más fácil que determinarlo por cualquiera de los métodos experimentales conocidos, con el puente ó balanza de Wheatstone, por ejemplo. La resistencia determinada así, en frío, es siempre un poco menor que la que tendrán los hilos de la máquina en caliente, ó sea cuando funcione.

Para determinar el valor de δ', representaremos por T''_u el trabajo mecánico utilizado por segundo, medido con el freno, y expresado en kilográmetros por segundo, y estableceremos esta ecuación, evidente después de lo dicho:

$$\frac{\delta' E_1 I}{10} = T''_u \text{ kilográmetros.}$$

De donde sacaremos el valor de δ', ya que todo lo demás es conocido.

Si nuestro objeto se limitase á conocer el rendimiento industrial K'_i de una receptriz, no necesitamos buscar E_1 ni δ': bastará medir al freno el valor de T'_u, expresado en kilográmetros; el de e_1; y el de I. Tendremos entonces:

$$K'_i = \frac{10\, T'_u}{e_1 I}.$$

110. Esfuerzos tangenciales: eléctrico F_1; mecánico utilizado F'_1; perdido f_1, en la receptriz.

El trabajo eléctrico, por segundo, es en la receptriz de $\frac{E_1 I}{10}$ kilográmetros.

El trabajo mecánico utilizado de $\frac{\delta' E_1 I}{10}$ kilográmetros.

Y el trabajo perdido de $\frac{(1 - \delta') E_1 I}{10}$ kilográmetros.

Si representamos por V_1 la velocidad lineal en metros, al extr e-

mo del radio medio del inducido, y los esfuerzos por F_1, F'_1 y f_1 en kilogramos, tendremos

$$\frac{E_1 I}{10} = F_1 V_1 \text{ kilográmetros.}$$

$$\frac{\delta' E_1 I}{10} = F'_1 V_1 \text{ kilográmetros.}$$

$$\frac{(1-\delta') E_1 I}{10} = f_1 V_1 \text{ kilográmetros.}$$

Y de estas ecuaciones se deduce que

$$F_1 = F'_1 + f; \quad \text{y}$$

$$F'_1 = \delta' F_1$$

CAPITULO CUARTO.

TRANSPORTE DE LA FUERZA.

I

Teoría.

111. Ecuación de la conservación de la energía en una transmisión de fuerza.

Consideremos una serie-dinamo que, recibiendo sobre su árbol energía mecánica y transformándola en eléctrica, envía la corriente que produce á otra serie-dinamo, situada á una distancia más ó menos grande de la primera, por el intermedio de dos hilos aislados, que unen los polos de una con los de la otra. Ambas máquinas, con sus hilos de comunicación, formarán un circuíto continuo.

Cualquiera que sea el sentido de la corriente, la receptriz entrará en rotación, si el esfuerzo mecánico útil que tiene que desarrollar lo consiente, y esta rotación se verificará siempre en el mismo sentido, cualquiera que sea la dirección de la corriente. Esto último se ve con evidencia, sin más que considerar que, al cambiar la dirección de la corriente en los hilos inducidos de la receptriz, también cambiará en los inductores: doble cambio que equivale, como sabemos, á no hacer ninguno.

Desde el momento que gira la receptriz, desarrollará una fuerza electromotriz E_1, que se opone al movimiento: exactamente lo mismo

que pasa en la generatriz; mas la fuerza E_1, siendo resistente, oponiéndose á la motriz E' de la generatriz, se llama fuerza *contra-electromotriz*.

Conservaremos todas las notaciones aceptadas: así r y r' serán las resistencias del inducido y del inductor de la generatriz; r_1 y r'_1, lo mismo para la receptriz; y, para abreviar, representaremos por Q la resistencia de la doble línea entre ambas máquinas, y por θ la resistencia total del circnito entero: de modo que

$$\theta = (r + r' + r_1 + r'_1 + Q.)$$

La energía eléctrica total, que por segundo produce la generatriz, es

$$EI \text{ watts.}$$

Esta energía se descompone en los sumandos siguientes, según la ley de la conservación de la energía, ley que, con la de la conservación de la materia, constituyen los principios más fundamentales y evidentes del universo físico:

1.° Energía eléctrica transformada en calor, en cada segundo, en los hilos mismos de la generatriz.. $(r + r')\, I^2$ watts.
2.° Id. en la receptriz. . . . . $(r_1 + r'_1)\, I^2$ watts.
3.° Id. en la línea. . . . . $Q I^2$ watts.
4.° Trabajo eléctrico resistente, opuesto al movimiento de la receptriz, ó sea el trabajo eléctrico útil. . . . . $E_1 I$ watts.

Este trabajo último lo designaremos por T_u, de modo que usaremos indistintamente las expresiones T_u ó $E_1 I$.

La citada ley de la conservación de la energía nos permite escribir:

$$\left.\begin{aligned} EI &= (r + r')\, I^2 + (r_1 + r'_1)\, I^2 + Q\, I^2 + E_1 I. \\ E_1 I &= EI - \theta I^2 \\ T_u &= EI - \theta I^2 \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (a)$$

112. El máximo trabajo eléctrico útil en la receptriz.

Se llama generalmente trabajo eléctrico útil á T_u para distinguirlo del trabajo mecánico utilizado realmente en la receptriz, y que representaremos siempre por T'_u, ó bien por $\delta' E_1 I$, como se dijo en el capítulo anterior.

La fórmula (a) demuestra que el trabajo eléctrico útil de la receptriz T_u no crece indefinidamente con I: vale cero cuando I es cero: crece cuando crece I para alcanzar un cierto valor máximo: si continúa creciendo I por encima del valor que produce el máximo de T_u, disminuye T_u para volver á cero cuando $I = \frac{E}{\theta}$. El valor máximo de T_u tiene lugar para

$$I = \frac{E}{2\theta} \qquad (m)$$

La intensidad de la corriente vale siempre, según la fórmula (a),

$$I = \frac{E - E_1}{\theta} \qquad (b)$$

La fórmula (b) nos dice que, si impedimos que la receptriz gire, esto es, si $E_1 = o$, se tendrá

$$I = \frac{E}{\theta};$$

y, si $E_1 = \frac{E}{2}$, se tendrá

$$I = \frac{E}{2\theta},$$

que es el valor de I que produce el máximo de T_u.

Podemos decir que el máximo de T_u se obtiene cuando la fuerza contra-electromotriz es mitad de la electromotriz; y, también, que el máximo de T_u se obtiene cuando la intensidad de la corriente es la mitad de la que hay en el circuito cuando no se deja girar la receptriz.

La misma discusión se puede hacer de este modo:

El trabajo útil eléctrico T_u es $E_1 I$: poniendo por I su valor (b) tendremos:

$$T_u = \frac{E_1 (E - E_1)}{\theta} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (c)$$

Si tomamos á E_1 como variable independiente, y hallamos el coeficiente diferencial $\frac{d \cdot T_u}{d \cdot E_1}$, y lo igualamos á cero, veremos que T_u alcanza su valor máximo cuando

$$E_1 = \frac{E}{2}.$$

Lo mismo poniendo en (a) el valor de I que corresponde al máximo de T_u, que poniendo en (c) en vez de E_1 el valor de E_1, que corresponde al máximo, resultará:

$$\textit{Máximo de } T_u = \frac{E^2}{4\,\theta} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (d)$$

El trabajo total que hace siempre la generatriz es EI; y, poniendo por I su valor (b), se tendrá:

$$\textit{Trabajo total de la generatriz} = \frac{E\,(E - E_1)}{\theta} \ldots\ldots (e)$$

Este trabajo total, en el caso del máximo de T_u, se convierte en

$$\frac{E^2}{2\,\theta}$$

(puesto que en este caso $E_1 = \frac{E}{2}$).

Si la receptriz se para, $E_1 = o$: entonces la fórmula (e) daría para el trabajo total de la generatriz

$$\frac{E^2}{\theta}.$$

Vemos, pues, que el trabajo eléctrico útil T_u es máximo, cuando

es la mitad del total que en aquel momento produce la generatriz, ó cuando es la cuarta parte del que produciría la generatriz, si no se dejase girar la receptriz.

También vemos que el trabajo total de la generatriz, cuando la receptriz no gira, es doble que cuando gira, produciendo el trabajo máximo.

113. Rendimiento eléctrico de la transmisión.

Es la relación entre el trabajo eléctrico T_u ó $E_1 I$ de la receptriz, y el trabajo eléctrico total T_t ó $E I$ de la generatriz. Si lo representamos por K''_e, tendremos

$$K''_e = \frac{T_u}{T_t} = \frac{E_1 I}{E I} = \frac{E_1}{E} \ldots\ldots\ldots \quad (f)$$

Si suponemos constante á E, como podemos hacerlo empleando, por ejemplo, una dinamo con excitación independiente y con velocidad constante, y trazamos la curva representada por la ecuación (*c*)

$$T_u = \frac{E_1(E - E_1)}{\theta} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (c)$$

tomando por abscisas los valores de E_1 y por ordenadas los corres-

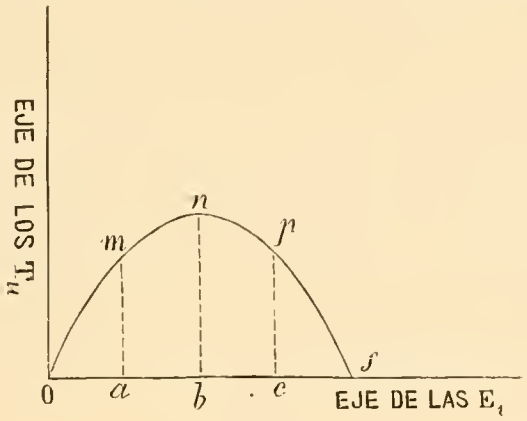


Fig. 21.

pondientes á T_u, nos resultará la parábola representada en la *fig.* 21.

La ordenada máxima bn representa el máximo valor del trabajo eléctrico útil T_u de la receptriz, que corresponde á la abscisa $E_1 = \frac{E}{2}$. La mayor abscisa os es E. Dos ordenadas ma y pc, equidistantes de bn, son iguales: luego el trabajo T_u es el mismo para $E_1 = ao$ que para $E_1 = E - \overline{oa}$. De estos dos trabajos útiles eléctricos debemos elegir el que nos dé mejor rendimiento; pero el rendimiento es $\frac{E_1}{E}$, el cual crece con E_1: luego debemos elegir el que corresponde al mayor valor de E_1, señalado por pc en la figura. Lo mismo da decir esto que decir que debemos elegir la corriente más pequeña entre las dos que corresponden, una al valor pequeño de E_1 y otra al valor grande de E_1. Como se tiene

$$I = \frac{E - E_1}{\theta},$$

resulta que debemos elegir la corriente pequeña, que es la que corresponde al valor mayor de E_1.

114. Condición para que sea posible el problema de la transmisión de la energía ó de la fuerza.

Tomemos la ecuación (a), ya conocida,

$$T_u = EI - \theta I^2 \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (a)$$

y resolvámosla con relación á I.

$$I = \frac{E \pm \sqrt{E^2 - 4T_u\theta}}{2\theta} \ldots\ldots\ldots \quad (g)$$

La condición para que sea posible el problema es

$$E^2 > 4\,T_u\theta.$$

Por tanto, si se nos impone la fuerza electromotriz E que ha de tener la generatriz, y el trabajo eléctrico á recuperar T_u, diremos que

para que sea posible el problema tendrían que darnos una resistencia total θ, tal que

$$\theta < \frac{E^2}{4\,T_u}.$$

Satisfecha la condición de posibilidad, tendremos dos valores para I, que ambos resuelven la cuestión: estos dos valores para I son precisamente los que corresponden á los dos valores de E_1 (oa y $E - oa$) que vimos en la página anterior. ¿Cuál de los dos valores de I nos conviene aceptar? El menor, porque es el que corresponde al mayor de E_1, según lo dice la fórmula

$$I = \frac{E - E_1}{\theta}$$

y, por lo tanto, el que produce mayor rendimiento eléctrico $\frac{E_1}{E}$.

Observemos que, de los dos valores aceptables para E_1, el mayor excede á la mitad de E y el menor no llega á dicha mitad. Si tomamos el primero, el rendimiento será mayor que 0,50, puesto que

$$\text{Rendimiento eléctrico} = \frac{E_1}{E}.$$

Si tomamos el segundo, el rendimiento eléctrico de la transmisión será inferior á 0,50.

115. Relación entre el rendimiento eléctrico y la distancia.

He aquí una cuestión, ya pasada á la historia, que provocó en sus comienzos una viva polémica entre los electricistas: polémica que no duró menos de dos años. Dividiéronse los electricistas en dos bandos opuestos, en uno de los cuales descollaba M. Marcel Deprez, y en el otro M. Gustavo Cabanellas, buen matemático, y marino francés, aunque de origen español. Las Revistas y periódicos científicos se apoderaron también de la cuestión, á la que tampoco que-

daron extraños los miembros del Instituto de Francia, y principalmente M. Du Moncel, defensor acérrimo de la tesis sostenida por Deprez, y enunciada por primera vez por éste.

«El rendimiento eléctrico es independiente de la distancia» proclamó M. Deprez.

«El rendimiento es dependiente, esclavo de la distancia» contestó antes que nadie M. Cabanellas.

Ante un numerosísimo Congreso de electricistas y de toda clase de ingenieros, celebrado en París durante la gran Exposición de electricidad de 1881, defendieron el pro y el contra sus autores, con no poca admiración de los ingenieros no versados en la nueva *ciencia eléctrica*, que no podían comprender ni las demostraciones, ni el tecnicismo, ni cómo era posible demostrar por $a + b$ el sí y el no.

Pocas palabras bastan para hacerse cargo del asunto, como hubieran bastado entonces, á no haberse mezclado en él la pasión.

De los dos valores de I que nos da la fórmula (g) tomemos el menor, que es el conveniente, como hemos visto:

$$I = \frac{E - \sqrt{E^2 - 4\,T_u\,\theta}}{2\,\theta}.$$

El trabajo eléctrico útil de la receptriz es, como hemos dicho,

$$T_u = E_1 I.$$

Esas dos ecuaciones, combinadas por eliminación de I, dan

$$E_1 = \frac{E + \sqrt{E^2 - 4\,T_u\,\theta}}{2}.$$

El rendimiento eléctrico es $\frac{E_1}{E}$; y si en este quebrado ponemos por E_1 el anterior valor, resultará

$$\text{Rendimiento eléctrico de la transmisión} = K_e'' = \frac{1}{2} + \sqrt{\frac{1}{4} - \frac{T_u\,\theta}{E^2}} \quad \ldots \quad (h).$$

Lo que nos dice que podemos *conservar constante á* T_u y hacer que el rendimiento K''_e sea independiente de la distancia, *á condicion de que no varíe*

$$\frac{\theta}{E^2}, \quad \text{ó bien} \quad \frac{\sqrt{\theta}}{E}:$$

esto es, á condición de que la fuerza electromotriz E de la generatriz vaya aumentando proporcionalmente á la raíz cuadrada de la *total* resistencia eléctrica θ del circuíto, que vale, como sabemos,

$$(r + r' + r_1 + r'_1 + Q).$$

Si dos máquinas funcionan á una distancia dada, y después doblamos la distancia y queremos tener el mismo trabajo eléctrico T_u en la receptriz, es claro que, si usamos el mismo hilo para la línea nueva, en el segundo caso de la línea doble, la resistencia de la línea será doble: pues para que el rendimiento K''_e sea el mismo que antes será preciso satisfacer á esta ecuación de condición:

$$\frac{\sqrt{r + r' + r_1 + r'_1 + Q}}{E} = \frac{\sqrt{r + r' + r_1 + r'_1 + 2Q}}{E'} \quad \ldots\ldots \quad (s)$$

donde E' representa la nueva fuerza electromotriz que ha de tener la generatriz, y cuyo valor queda determinado por esa misma ecuación de condición. Naturalmente, como empleamos las mismas máquinas, no podemos aumentar la fuerza electromotriz antigua E hasta el nuevo y mayor valor E', sin aumentar su velocidad de rotación. La nueva velocidad lineal que tendremos que dar á la generatriz se determinaría por la conocida ecuación

$$E' = \mathrm{K}\,C\,L\,V'$$

que nos daría el valor de V' correspondiente al ya conocido de E'.

Procediendo así; recurriendo á grandes fuerzas electromotrices; y

no parando mientes en los fenómenos secundarios de self-inducción y de corrientes parásitas, que crecen como el cuadrado de la fuerza electromotriz, puede decirse que el rendimiento eléctrico de una transmisión de energía es independiente de la distancia, y hasta se podría hacerle crecer con la distancia.

Mas, si al separar las máquinas, doblando por ejemplo la distancia, se emplea igual hilo para la línea que antes (esto es, del mismo metal y sección), y se conserva el mismo valor á la fuerza electromotriz de la generatriz, entonces claro está que el rendimiento disminuirá, aunque no sea más sino porque θ ha aumentado, como lo manifiesta la ecuación (h).

Más adelante veremos, que mientras no se altera ó no se toca al esfuerzo mecánico útil F'_1 (véase página 212) que exigimos á la receptriz, aunque separemos las dos máquinas para hacerlas trabajar á mayor distancia, esto es, aunque aumentemos Q, *no variará por eso la intensidad de la corriente* I *; pero, si conservamos á la generatriz su antigua velocidad V, se *disminuirá* la velocidad de la receptriz; disminuirá por tanto E_1; disminuirá en consecuencia T_u, que vale $E_1 I$; y disminuirá el rendimiento eléctrico de la transmisión, porque este vale $\frac{E_1}{E}$, y E_1 ha disminuído, y E no ha cambiado, porque no han cambiado ni V ni I.

116. Rendimiento industrial de una transmisión.

Representando, como siempre, por P_m la potencia mecánica en

---

* Esto se entiende *mientras la receptriz gire*, y por tanto mientras E_1 valga algo. Ahora, cuando la receptriz está parada, si aumentamos Q y no variamos E, es claro que disminuirá I, puesto que entonces I valdrá siempre

$$\frac{E}{r + r' + Q + r_1 + r'_1},$$

que es en lo que se convierte su valor $\frac{E - E_1}{Q + r + r' + r_1 + r'_1}$, cuando $E_1 = 0$, ó sea cuando la receptriz se para.

watts (véase página 145) y por δ el coeficiente de transformación de la generatriz, podemos escribir:

$$P_m = \frac{1}{\delta} EI \text{ watts.}$$

El trabajo mecánico, recuperado por segundo en la receptriz, es, según vimos en la página 212,

$$T'_u = \delta' E_1 I \text{ watts.}$$

El rendimiento industrial de la transmisión, que representamos por K_i'', será

$$K_i'' = \frac{T'_u}{P_m} = \frac{\delta' E_1 I}{\frac{1}{\delta} EI} = \delta\delta' \frac{E_1}{E} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (x).$$

Vemos que el rendimiento industrial de la transmisión es igual al rendimiento eléctrico $\frac{E_1}{E}$ multiplicado por los coeficientes δ y δ' de transformación de la generatriz y de la receptriz. Estos coeficientes de transformación serán, en general, poco diferentes. Para formar *à priori* un juicio aproximado del rendimiento industrial de una transmisión de energía á distancia, podemos aceptar el número ya citado en varios sitios de esta Memoria, ó sea 0,87: número, que, hoy que se construyen con más cuidado los anillos, es más bien bajo que alto.

Si lo aceptamos así, podemos decir *à priori* que el rendimiento industrial de una transmisión de energía, no diferirá mucho de

$$(0,87)^2 \times \frac{E_1}{E} = 0,75 \frac{E_1}{E}.$$

El rendimiento eléctrico de la transmisión $\frac{E_1}{E}$ nunca puede llegar á valer 1, ni aun á acercarse mucho á 1, porque para ello sería preciso

que la corriente fuese nula ó muy pequeña, como lo dice la ecuación

$$I = \frac{E - E_1}{\eta}.$$

Si E_1 se acerca mucho á E, el trabajo recuperado en la receptriz será insignificante, porque vale $\delta' E_1 I$; y entonces I es muy pequeño.

De modo que podemos decir, fuera del terreno de la exactitud matemática, que nunca se obtendrá un rendimiento industrial en una transmisión, que llegue á 0,75; porque este número supondría $\frac{E_1}{E} = 1$.

Si queremos que la receptriz produzca el máximo trabajo eléctrico, entonces se tendría $\frac{E_1}{E} = 0{,}50$, como sabemos: entonces el rendimiento industrial de la transmisión valdría $0{,}75 \times 0{,}50 = 0{,}37$.

De las discusiones anteriores resulta que sería insigne torpeza trabajar en condiciones de que E_1 fuese menor que $\frac{E}{2}$, porque tendríamos *menor* rendimiento eléctrico que 0,50, y menor trabajo eléctrico producido en la receptriz, y menor trabajo mecánico recuperado. Luego el obtener menor rendimiento, *notablemente* menor, que 0,37, supone máquinas imperfectas con pequeños coeficientes δ y δ' de transformación; ó pérdidas en la línea, por mal aislada; ó hilos mal aislados en la máquina; ó colectores sucios, etc. Así, puede decirse que el rendimiento industrial en una transmisión de energía debe oscilar entre los límites 0,37 y 0,75.

Todo esto, por supuesto, no tratándose de distancias enormes, donde no sea ya cosa fácil alcanzar enormes fuerzas electromotrices. Si no es posible alcanzar estas grandes fuerzas electromotrices, que como hemos visto, han de aumentar proporcionalmente á la raíz cuadrada de la resistencia total del circuíto, entonces no hay más que resignarse á ver descender el rendimiento industrial por bajo de 0,37.

En los experimentos de transmisión de la energía entre Vizille y Grenoble, hechos por Mr. Deprez con máquinas de esmerada

construcción, muy superiores á la que llevó á Munich-Miesbach, se obtuvieron estos resultados:

$$\text{Rendimiento industrial} = 0{,}58$$
$$\text{Rendimiento eléctrico} = 0{,}69$$

Si admitimos que en esas máquinas se tenía aproximadamente $\delta = \delta'$. entonces nuestra ecuación (x), (página 225), se convierte en

$$K''_i = \delta^2 \times \frac{E_1}{E}.$$

Sustituyendo los anteriores números de Vizille-Grenoble, tendremos:

$$0{,}58 = \delta^2 \times 0{,}69; \text{ ó}$$
$$\delta = 0{,}92$$

Lo que prueba que nuestro número 0,87 no peca de exagerado, y que se puede contar con algún otro todavía más ventajoso en máquinas muy buenas, y bien cuidadas. No hay, sin embargo, que olvidar que las máquinas de Vizille-Grenoble eran nuevas, y que el número obtenido 0,92 se refiere á un tiempo muy corto de trabajo, y no á años de una explotación sostenida, funcionando 12 ó 24 horas al día.

117. Relación entre las fuerzas electromotrices E y E_1 de ambas máquinas y sus velocidades lineales V y V_1.

Sabemos que la fuerza electromotriz de la generatriz será

$$E = K C L V \text{ volts.}$$

La fuerza contra-electromotriz de la receptriz será

$$E_1 = K C_1 L_1 V_1 \text{ volts.}$$

Ponemos el mismo coeficiente K del hilo inducido en las dos dinamos, porque las suponemos del mismo tipo.

Dividiendo miembro por miembro ambas ecuaciones, resulta:

$$\frac{E_1}{E} = \frac{C_1 L_1 V_1}{C L V} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (\alpha)$$

Si las dos máquinas, que suponemos serie-dinamos, son absolutamente idénticas, entonces, como la corriente que excita los electros de la generatriz es la misma que la que excita los de la receptriz (no habiendo defectos ó pérdidas en la línea), parece que debemos tener iguales campos magnéticos en las dos, y que podemos escribir: $C = C_1$. Y como $L_1 = L$, parece que debemos tener;

$$\frac{E_1}{E} = \frac{V_1}{V} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (6)$$

Es decir, que en este caso la relación de las fuerzas electromotrices había de ser la misma que la de las velocidades.

La experiencia confirma, para velocidades pequeñas, la relación (6); mas para grandes velocidades se encuentra siempre

$$\frac{E_1}{E} < \frac{V_1}{V}.$$

Esta desigualdad, introducida en la ecuación (α), suponiendo las máquinas idénticas, y por tanto $L = L_1$, nos da

$$\frac{C_1}{C} < 1$$

ó

$$C_1 < C.$$

Resulta, pues, que el campo magnético de la receptriz no es igual, como parece que debiera serlo, al de la generatriz, por efecto probable de la diferente reacción que ejercen los campos del inducido sobre los del inductor, en máquinas cuyas funciones son, por decirlo así, opuestas.

No era conocido esto de Mr. Deprez cuando hizo sus primeros experimentos de transmisión de energía. Se admitía entonces que

$$\frac{V_1}{V} = \frac{E_1}{E};$$

y, por tanto, que se podía tomar como valor del rendimiento eléctrico la relación de las velocidades

$$\frac{V_1}{V}$$

de la receptriz y de la generatriz. Vemos que, haciéndolo así, se admitía un rendimiento superior al verdadero, puesto que, en la práctica,

$$\frac{V_1}{V} > \frac{E_1}{E}.$$

Excusado es advertir que la relación $\frac{V_1}{V}$ de las velocidades lineales de ambas máquinas *no es la relación de los números de vueltas* por minuto, salvo en *el caso en que las máquinas sean idénticas.*

118. Constancia de la diferencia $E - E_1$.

Supongamos la transmisión funcionando: la receptriz entrega al freno de Prony su trabajo mecánico: el freno obra con su carga que, referida al extremo medio del radio del inducido, es lo que hemos llamado F'_1 en la página 212. Hemos demostrado que el esfuerzo tangencial eléctrico en la serie-dinamo no depende más que de I (página 145) y hemos representado este esfuerzo en la receptriz por F_1. Hemos visto también que

$$F'_1 = \delta' F_1.$$

Luego, si prescindimos de las pequeñas variaciones de δ', visibles solamente en condiciones extremas de marcha en uno ó en otro senti-

po, podemos decir: *mientras no se varíe la carga del freno* F'_1 *no puede variar* F_1 *y por tanto no puede variar* I.

Así, ni aumentando ni disminuyendo la fuerza electromotriz E de la generatriz, ni haciendo variar la resistencia de la línea Q, se podrá hacer cambiar ó variar la intensidad I de la corriente. Lo que sucederá al aumentar E ó disminuir Q será que la receptriz girará más de prisa, y aumentará E_1; pero I, ó su valor

$$\frac{E - E_1}{\theta},$$

no cambiará. Mientras no se toque la carga del freno, se tendrá, pues:

$$\frac{E - E_1}{\theta} = \text{constante.}$$

Si además suponemos $\theta =$ constante. resultará

$$E - E_1 = \text{constante.}$$

Si las dos máquinas son idénticas, y admitimos como exacta la relación ó ecuación (6), lo dicho para $E - E_1$ se podría aplicar á $V - V_1$.

En efecto, la ecuación (6) se puede escribir así:

$$\frac{E - E_1}{V - V_1} = \frac{E_1}{V_1}.$$

El segundo miembro $\frac{E_1}{V_1}$ es constante, puesto que $E_1 = KC_1L_1V_1$, y puesto que C_1 no varía, porque no varía I: luego

$$\frac{E - E_1}{V - V_1} = \text{constante.}$$

Luego cuando $E - E_1$ sea constante, también lo será $V - V_1$.

Esta conclusión no puede ser exacta en la práctica, sino solamente aproximada, porque ya vimos que no era exacta la ecuación (6) de que ahora hemos partido.

119. Velocidad V_1 de la receptriz.

Hemos visto que la intensidad I de la corriente en una transmisión de energía es

$$I = \frac{E - E_1}{\theta}.$$

Sustituyendo por E y por E_1 sus valores, resulta que

$$I = \frac{K L C V - K C_1 L_1 V_1}{\theta};$$

de donde

$$V_1 = \left(\frac{C L}{C_1 L_1}\right) V - \left(\frac{\theta}{K C_1 L_1}\right) I \quad \ldots\ldots\ldots \quad (m)$$

Esta fórmula nos da la velocidad de la receptriz en función de la intensidad I de corriente. Si queremos esa velocidad en función del esfuerzo tangencial eléctrico F_1, no hay más que recordar la ecuación $\frac{E_1 I}{10} = F_1 V_1$: ó bien, poniendo en vez de E_1 su valor, $K C_1 L_1 V_1$,

$$\frac{K C_1 L_1 V_1 I}{10} = F_1 V_1 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (n)$$

La eliminación de I entre (m) y (n) dará

$$V_1 = \left(\frac{C L}{C_1 L_1}\right) V - \left(\frac{10\,\theta}{K^2 C_1^2 L_1^2}\right) F_1. \quad \ldots\ldots \quad (p)$$

Si queremos la velocidad V_1 en función del esfuerzo mecánico útil que la receptriz debe producir, no hay más que poner en la ecuación (p), en vez de F_1 su valor, igual á $\frac{1}{\delta'} F_1'$ kilogramos.

120. Máquinas idénticas.

Si las máquinas son absolutamente idénticas, y pasamos por alto la pequeña diferencia que se establece entre ambos campos (página 228), la ecuación (m) se simplifica y reduce á

$$V_1 = V - \left(\frac{\theta}{K C L}\right) I \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (m')$$

La ecuación (p) se reduce á

$$V_1 = V - \left(\frac{10\,\theta}{K^2 C^2 L^2}\right) F_1 \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (p')$$

Para discutir estas ecuaciones con toda su generalidad sería preciso poner en vez de C su valor en función de I, ó sea la expresión Frölich, cosa que no ofrece dificultad *. Contentémonos, en obsequio á la brevedad, con examinar el caso en que ambas máquinas tienen excitación independiente: caso precisamente adoptado por Mr. Deprez en sus actuales ensayos sobre la transmisión de la energía entre Creil y París (La Chapelle). Entonces C es constante, y podemos además suponerle igual en ambas máquinas, como que está en nuestra mano realizarlo, puesto que somos dueños de la corriente excitadora. Supongamos que no tocamos á la resistencia total del circuíto, representada por θ, y que tampoco variamos la velocidad V de la generatriz.

Hagamos variar el esfuerzo mecánico útil F_1' de la receptriz, ó sea *la carga del freno, referida al extremo del radio medio del inducido*. La ecuación (n) nos hace ver que F_1 varía proporcionalmente á I, puesto que V_1 no entra en (n) y que C_1 (ó C ahora) y L_1 (ahora L) son constantes.

---

* Si en vez de discutir la (m') fuese la (p') sería preciso eliminar de (p') el valor C, poniendo su expresión en función de F_1.

Además tenemos

$$F_1 = F_1' + f_1 \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (q)\ *$$

y

$$F_1' = \delta' F_1 \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (r)$$

lo que prueba que F_1', F_1 é I crecen ó disminuyen juntamente.

Resulta, pues: que, al disminuir indefinidamente la carga del freno, irán disminuyendo I y F_1, y por lo tanto irá aumentando la velocidad V_1 de la receptriz, como lo manifiestan las ecuaciones (m') (p'). Cuando se quite toda carga al freno (cuando se quite el freno), $F_1' = 0$ y $F_1 = f_1$. Es decir, que el esfuerzo tangencial eléctrico F_1 es el mismo f_1 absorbido por rozamientos y resistencias pasivas, mecánicas y eléctricas.

En este caso la velocidad de la receptriz ha llegado á su máximo; pero este máximo siempre será inferior á la velocidad V de la generatriz, como se ve en (m') y en (p').

Si, al contrario, vamos aumentando la carga del freno, irán

---

* Las ecuaciones (q) y (r) juntas prueban lo que ya habíamos dicho; á saber: que δ' no puede considerarse como un número absolutamente constante é independiente de las condiciones en que la máquina funcione. Pero ya hemos dicho y repetido que todas las consecuencias que de nuestras premisas deducimos son resultados aproximados y no leyes exactas.

Si se quiere saber cuál es la velocidad máxima de la receptriz, velocidad que se obtendrá quitándole á esta el freno, tomemos la ecuación (p') de la página anterior y pongamos por F_1 su valor, que es

$$F'_1 + f_1 \ ;$$

y resultará

$$V_1 = V - \left(\frac{10\theta}{K^2 C^2 L^2}\right)(F'_1 + f_1).$$

Quitar el freno es hacer $F_1' = o$. Luego entonces se tendrá:

$$V_1 = V - \frac{10\theta}{K^2 C^2 L^2} \times f_1.$$

Como nunca puede ser cero el valor de f_1, resulta que siempre será V_1 menor que V. El valor de V_1, dado por esta fórmula última, es el mayor valor que puede tomar la velocidad V_1 de la receptriz.

aumentando I y F_1, y por lo tanto irá disminuyendo la velocidad V_1 de la receptriz hasta que se tenga (véanse las ecuaciones (m') y (p')),

$$V - \frac{\theta}{KCL} \times I = 0:$$

ó bien

$$V - \frac{10\,\theta}{K^2\,C^2\,L^2}\,F_1 = 0$$

Entonces, como $V_1 = 0$, la receptriz se parará.

Si no variando la carga del freno F_1', ni la resistencia total θ, variamos la velocidad V de la generatriz, las fórmulas (m') y (p') nos dirán lo que sucederá. Los segundos términos de los segundos miembros serán sensiblemente constantes (en la teoría, constantes). Luego todo incremento de velocidad que demos á la generatriz producirá igual incremento en la velocidad de la receptriz, ó lo que es lo mismo $V - V_1 =$ constante: resultado á que ya habíamos llegado por otro camino.

121. Discusión del problema de la transmisión de la energía.

Conviene, para esta discusión, poner bajo cierta forma la expresión del rendimiento industrial K_i'' de una transmisión de energía.

Recordemos que el trabajo mecánico total absorbido cada segundo por la generatriz es $\frac{1}{\delta} EI$, ó bien $\frac{1}{\delta}(\theta I^2 + E_1 I)$ watts; y que el trabajo mecánico, utilizado realmente en el árbol de la receptriz, es $\delta' E_1 I$ watts. Luego el rendimiento industrial de la transmisión será el segundo dividido por el primero, ó bien

$$K_i'' = \delta \times \frac{1}{\frac{\theta I^2}{\delta' E_1 I} + \frac{1}{\delta'}} = \frac{\delta\delta'}{\frac{\theta I}{E_1} + 1} \ldots\ldots \quad (M)$$

Ante todo ha de comprender el lector que no se ha de juzgar del mérito de una transmisión de energía por el solo hecho de dar un buen rendimiento industrial.

Nada más fácil que conseguir ese resultado: para ello no hay más sino hacer trabajar muy poco á la receptriz, dejándole tomar una gran velocidad V_1, porque entonces será muy grande E_1 y grande el rendimiento eléctrico $\frac{E_1}{E}$.

La fórmula (*M*) lo dice también: haciendo pequeño el producto $\delta' E_1 I$, POR PEQUEÑEZ DE I, se agrandará K_i'' ó el rendimiento industrial. El límite superior de K_i'' corresponde á $I=0$.

Una buena transmisión, ó la mejor transmisión, es aquella en que se recupere en la receptriz *un trabajo mecánico útil dado*, $\delta' E_1 I$, *con el mejor rendimiento industrial* K_i''.

Observemos que para obtener el mayor valor de K_i'', *suponiendo dado ó impuesto* el valor del trabajo mecánico útil de la receptriz ($\delta' E_1 I$), no nos quedan más que tres recursos (véase fórmula (*M*)).

1.° Aumentar δ, ó darle el mayor valor posible.

2.° Aumentar δ', ó darle el mayor valor posible.

3.° Darle á θI^2 el menor valor posible.

Para obtener buenos valores de δ y δ' no hay más que hacer buenas máquinas, bien proporcionadas, y cuidarlas bien en su marcha: ó reducir á un mínimum los efectos de self-inducción, las corrientes parásitas, los frotamientos, las chispas en las escobas, etc.: todo, en fin, lo que se deduce de los anteriores capítulos de esta Memoria. Con malas máquinas no hay buen transporte de fuerza.

Dígalo si no Mr. Deprez, que, á pesar de su ciencia y de su experiencia, ha tenido que desechar por inútil el anillo de su generatriz de Creil después de recubierto del hilo inducido y terminado, porque absorbía un número de caballos exhorbitante en forma de corrientes parásitas, que lo calentaban enormemente *.

---

* Dice Mr. Deprez en su nota á la Academia de Ciencias (Comptes rendus du 14 décembre, 1885) hablando de los primeros ensayos de transmisión de energía entre Creil y París.

«Les machines furent étudiées et construites pour satisfaire à ces nécessités. »Mises à l'épreuve au commencement de cette année, on dut reconnaître aussitôt »qu'elles étaient atteintes d'un vice de construction, dont les conséquences

Descartada la cuestión de δ y de δ', no nos queda más recurso para obtener un buen rendimiento industrial, K_i'', que hacer lo más pequeño que se pueda el producto $\theta\ I^2$ (véase la fórmula (M)): ó bien, poniendo por θ su valor,

$$(r+r'+r_1+r_1'+Q)\ I^2 \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ (N)$$

donde Q se recordará que representa la resistencia de la doble línea entre la generatriz y la receptriz.

Dos caminos extremos se presentan para obtener un valor pequeño para (N): ó hacer pequeño el factor $(r+r'+r_1+r_1'+Q)$ ó el I, y entre ellos hay un temperamento medio.

Sistema Deprez. Consiste en aceptar un pequeño valor para I.

Consecuencias: 1.ª Siendo $\delta'\ E_1\ I$ constante ó dado, para que I sea muy pequeño es preciso que E_1 sea muy grande.

2.ª Siendo E_1 muy grande, lo ha de ser E, puesto que $I=\frac{E-E_1}{\theta}$: lo que prueba que E ha de ser siempre mayor que E_1.

El sistema de Mr. Deprez, se reduce, en suma, á emplear grandes fuerzas electromotrices. Es verdad que este sistema exige grandes valores para r y r_1 (resistencias de los hilos inducidos en ambas máquinas) y que por tanto no será pequeño el valor del factor $(r+r'+r_1+r_1'+Q)$, aunque Q sea constante; pero el aumento *parcial* de este factor está muchísimo más que compensado con la disminución de I, factor que entra elevado al cuadrado en la expresión (N), ó primera de (M).

»étaient désastreuses. Le noyau de fer de l'anneau était composé de lames de »fer doux, qui devaient être soigneusement isolées les unes des autres: elles ne »l'étaient pas, ou très mal. Il en resultait que la mise en marche des machines »engendrait dans cet anneau des courants intérieures du genre de ceux nommés »*courants de Foucault*, qui absorbaient une somme de travail énorme».

Sistema Lévy. Este distinguido ingeniero y sabio profesor de la Escuela de Caminos de París, para disminuir en lo posible el valor de (N), dirige principalmente sus miras á la disminución posible del factor $(r + r' + r_1 + r_1' + Q)$ en todos sus sumandos: por lo cual proponía el empleo del cobre para la línea, sin escasear mucho la sección, cuando Mr. Deprez hacía sus atrevidos ensayos de Miesbach-Munich, en una distancia de 57 kilómetros y con una línea de hierro de 4,5 milímetros de diámetro, siendo como es la resistencia eléctrica del hierro siete veces mayor que la del cobre. Por otro lado proponía Mr. Lévy para disminuir los sumandos r, r', r_1, r'_1, emplear varias generatrices agrupadas en cantidad, y varias receptrices del mismo modo. Al agrupar varias máquinas iguales en cantidad, la resistencia del conjunto es $\frac{1}{n}$ de la resistencia de una, si se agrupan n máquinas. De este modo creía Mr. Lévy conseguir un buen rendimiento, evitando el empleo de fuerzas electromotrices considerables, que sólo por serlo tienen graves inconvenientes.

Bien se ve que la cuestión de que se trata no puede exagerarse de un modo absoluto, siguiendo estos caminos extremos. Es preciso también acordarse, cuando se trata del segundo sistema, de que hay que atender á otra cosa, á más del rendimiento: hay que atender al coste de la línea y al capital empleado en máquinas, para no multiplicar el número de éstas. No hay que olvidar que, después de todo, un magnífico rendimiento podría ser desastroso bajo el punto de vista financiero ó económico, si se había conseguido gastando millones en la línea y en las máquinas.

Tampoco hay que exagerar en el opuesto sentido, y tropezar con grandísimas dificultades de construcción y de aislamiento en las máquinas, por querer, como Mr. Deprez, funcionar á 8.000 volts en la generatriz: fuerza electromotriz enorme á la cual no ha podido ó no ha querido llegar, si bien ha trabajado, á 6.000 entre Creil y París.

La conveniencia de emplear grandes fuerzas electromotrices en una transmisión de energía, es indisputable. ¿Hasta qué límite se puede llegar sin inconvenientes? No es posible hoy contestar, ni

criticar á Mr. Deprez porque se afanase en conseguir resolver prácticamente el problema de trabajar á 8.000 volts. Hasta ahora, no hemos visto, ni en Europa ni en América, máquinas que trabajen normalmente (y que lleven tiempo de funcionar) á más de 3.000 volts.

De todo lo expuesto se deduce que el problema es muy complejo, sobre todo cuando se ha de tener en cuenta el lado económico. En este caso, no hay ni puede haber sistema determinado que pueda imponerse como el patrón más favorable, en todas ocasiones, circunstancias y lugares.

Cada caso práctico exige un estudio especial; y á este propósito bueno será exponer aquí la marcha trazada por el eminente físico William Thomson, por lo que se refiere á la línea.

121. Cálculo de William Thomson.

La sección del conductor ó de la línea puede determinarse comparando el interés anual del valor del cobre empleado, con el valor del trabajo, convertido en calor en dicha línea.

Representemos por Q ohms la resistencia total de la doble línea que relaciona ambas máquinas; por D metros el doble de la distancia entre las máquinas, ó sea la longitud total de la línea; por s metros cuadrados la sección del hilo de la línea; y por ρ la resistencia específica del cobre.

Tendremos

$$Q = \frac{\rho D}{s} \text{ ohms.}$$

Si la intensidad de la corriente es I amperes, la pérdida de energía en la línea, en cada segundo de tiempo, será

$$\frac{\rho D I^2}{s} \text{ watts} = \frac{\rho D I^2}{10 \times 75 \times s} \text{ caballos.}$$

Si se trabaja durante una fracción f de año, la pérdida en caballos-año será

$$\frac{\rho D I^2 f}{10 \times 75 \times s} \text{ caballos-año.}$$

Si el trabajo de un caballo durante un año continuo, ó sea de un caballo-año, cuesta P pesetas, el gasto anual de la energía eléctrica que perderemos (convertida en calor) será

$$\frac{\rho\, D\, I^2\, f\, P}{750 \times s} \text{ pesetas} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (m)$$

Si representamos por P' pesetas el coste del metro cúbico de cobre, puesto ya en línea, el coste total de la línea será

$$D\, s\, P' \text{ pesetas}$$

El cinco por ciento de esta cantidad será

$$\frac{D\, s\, P'}{20} \text{ pesetas} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (n)$$

La suma de los valores (m) y (n) será el importe total de lo gastado anualmente en la línea.

$$\text{Importe total} = \frac{\rho\, D\, I^2\, f\, P}{750 \times s} + \frac{D\, s\, P'}{20} \text{ pesetas.}$$

Considerando en esta expresión como única variable independiente la sección s del hilo de la línea, fácilmente se verá, aplicando la regla del cálculo diferencial, que dicha expresión alcanza su valor mínimo cuando se tenga

$$s = \sqrt{\frac{\rho\, I^2\, f\, P \times 20}{750 \times P'}} \text{ metros cuadrados.}$$

La sección s, dada por esa fórmula, es lo que podríamos llamar *sección económica* de la línea. Vemos que la sección económica no depende de la distancia, pero depende de muchas cosas que varían

de un caso á otro, y que ha de tener en cuenta el ingeniero. Así, por ejemplo, puede suceder que el valor ó coste P del caballo-año sea pequeño, porque se trate de un salto de agua, ó caro porque se trate del motor de vapor, y el carbón esté caro en la localidad; y puede suceder que se trabaje sin interrupción día y noche, ó bien pocas horas al día, ó una sola temporada al año, en cuyos casos f afectará distintos valores, etc.

Por lo demás, inútil es decir que, conociendo ya s, la resistencia total de la línea, ó sea Q, viene dada por la fórmula

$$Q = \frac{\rho D}{s} \text{ ohms.}$$

Concluiremos este capítulo indicando el trazado de una línea que señale á la vista todos los accidentes del potencial dentro y fuera de las máquinas, en el circuíto entero. En las líneas telegráficas de un solo hilo, que es lo general, el potencial va decreciendo (tomando como cero el potencial terrestre) desde el polo positivo de la pila que funciona hasta el extremo de la línea; mas no sucede así en la transmisión de energía por doble hilo, en que la tierra no forma parte del circuíto: aquí hay potenciales positivos, cero y negativos. Basta conocer la ley ó fórmula de Ohm para deducir el trazado de esta línea: por esto, y por la brevedad, dejamos al lector el investigar la razón de todas las construcciones geométricas que vamos á señalar, sirviéndonos de la *figura* 22.

Sobre la recta $\overline{ao}$, y á continuación unas de otras, llevemos todas las resistencias de que se compone el circuíto, que son: r, inducido de la serie-dinamo generatriz; r', inductor de la misma; mitad $\left(\frac{Q}{2}\right)$ de la resistencia de la línea: r_1, resistencia del inducido de la receptriz: r_1', resistencia de su inductor; y $\frac{Q}{2}$, resistencia de la otra mitad de línea.

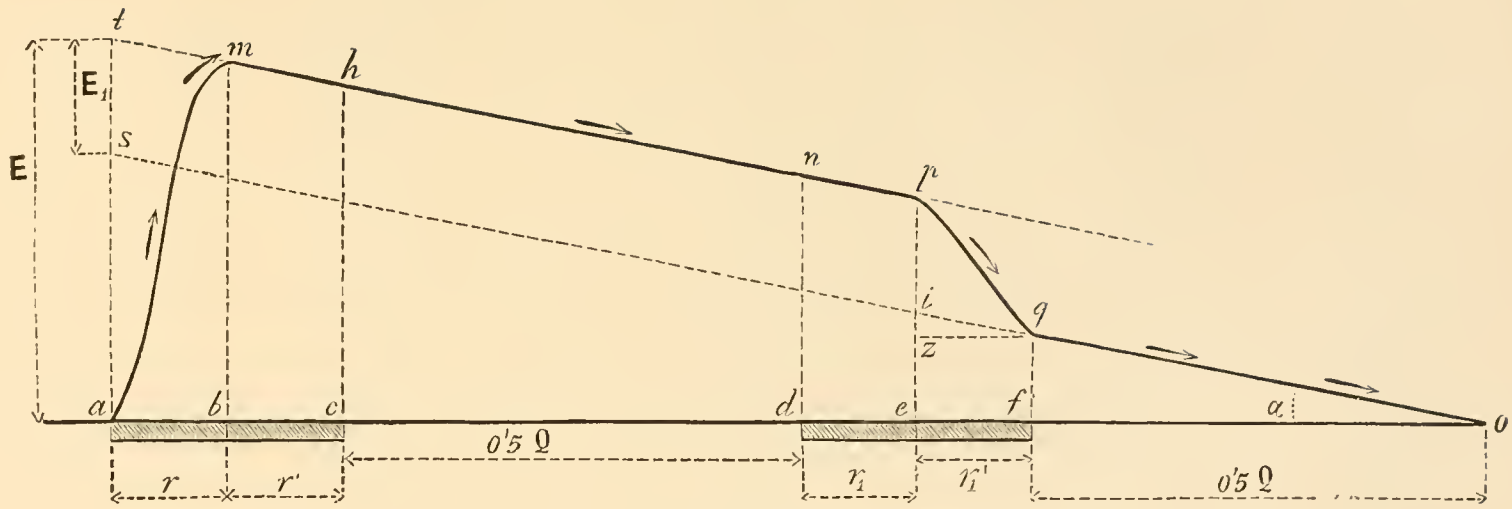


Fig. 22.

En la figura se ven las cotas que señalan, á la escala que hayamos tomado para representar el ohm,

$$\overline{ab}=r \qquad \overline{bc}=r' \qquad \overline{cd}=\frac{Q}{2} \qquad \overline{de}=r_1 \qquad \overline{ef}=r_1' \qquad \overline{fo}=\frac{Q}{2}.$$

Tomemos como cero potencial el potencial del polo negativo de la generatriz, que es el punto a ó el punto o, puesto que ambos son un solo punto, aunque estén separados en la figura. En dicho punto a está la escobilla negativa.

El polo positivo de la generatriz es el punto b, ó sea la escobilla positiva; pero se acostumbra llamar polo positivo de la máquina al *borne c.*

Por el punto a levantemos una perpendicular $\overline{at}=E$ volts, fuerza electromotriz de la generatriz; en dicha perpendicular, y desde t hacia abajo, llevemos el valor ts, igual á E_1 volts, fuerza electromotriz de la receptriz: $\overline{as}$ será igual á $E—E_1$; unamos s con o y resultará la recta $\overline{so}$: la cual, por su inclinación sobre $\overline{ao}$, señala la ley del decrecimiento de los potenciales. En efecto, según la fórmula de Ohm,

$$E-E_1=(r+r'+r_1+r_1'+Q)\ I;$$

y como además

$$\overline{as}=\overline{ao}\times\text{tang. }\alpha,$$

resulta finalmente

$$I=\text{tang. }\alpha\ ^*$$

Por el punto t tiremos la $\overline{tmnp}$ paralela á $\overline{so}$, y por el punto b levantemos la perpendicular $\overline{bm}$: $\overline{bm}$ será el potencial del punto b, y será el mayor potencial de todo el circuíto. El potencial va creciendo en el hilo inducido desde a basta b según una línea $\overline{am}$, que

---

* Es preciso que se tome la misma unidad lineal para representar el volt que el ohm.

ha sido muy estudiada experimentalmente por Silvanus Thompson y por Isenbeck y por Mordey en algunas máquinas; pero aquí no nos importa nada su exacto trazado y podemos considerar á $\overline{am}$ como una recta.

Por los puntos c, d y e tiremos las ordenadas hasta encontrar en h, n y p, á la recta ya tirada $\overline{mnp}$. Las ordenadas $\overline{ch}$, $\overline{dn}$, $\overline{ep}$, son los potenciales de los puntos c, d y e.

Por el punto f tiremos la ordenada $\overline{fg}$ hasta encontrar en g á la recta $\overline{so}$. Entonces fg será el potencial del punto f. Unamos p con g por una casi recta $\overline{pg}$. La línea de los potenciales en todo el circuíto será la línea quebrada $a\ m\ h\ n\ p\ g\ o$. La diferencia $(a\ t\text{-}m\ b)$ es el potencial perdido en el hilo inducido de la generatriz; la $(m\ b\text{-}c\ h)$ el potencial perdido en su hilo inductor; pi es la fuerza contra-electromotriz de la receptriz; etc., etc.

II

De las características.

123. No tratamos de hacer un estudio completo de estas líneas, que se obtienen mediante la experimentación. Solamente nos proponemos poner al lector en estado de comprender la importancia que tienen, por medio de algunos ejemplos de problemas que se resuelven con el auxilio de ellas. Además las aplicaremos á la transmisión de la energía.

El primero que tuvo la idea de aplicar el método gráfico al estudio de las máquinas dinamo-eléctricas fué el doctor Hopkinson, quien explicó las propiedades de la característica el año 1879 en una Memoria publicada en los *Proceedings* de la *Institution of mechanical engineers*.

Mr. Deprez, sin conocer el trabajo citado, llegó á la misma curva después, y vulgarizó el estudio gráfico del problema á que se refería, profundizando en él y extendiéndolo á varias clases de máquinas. Explicó además ciertas anomalías de estas líneas, y sus diferencias en diversas máquinas, dándoles finalmente el nombre de *características*. Por todo lo cual suele pasar en Francia como el inventor de este método de estudio; y si el orden cronológico le priva del honor de la prioridad, nadie puede disputarle lo mucho que ha aportado de

su cosecha, y merece algo, más respetuoso que el desdeñoso pasaje en que el doctor Silvanus Tompson, al reivindicar la gloria para su compatriota *, dice que Mr. Deprez no es el padre de la característica, sino solamente el padrino, porque sólo le dió el nombre, y no el ser.

En la página 135 dedicamos un número á definir y explicar lo que era la característica en el terreno teórico, sin tener en cuenta cierta reacción del campo magnético del inducido sobre el del inductor: reacción variable en una misma máquina con la intensidad de la corriente, y muy distinta en varias máquinas de diferentes tipos, según estén peor ó mejor proporcionadas.

Mas ahora tratamos de obtener experimentalmente la característica; y aquí ya no caben errores de teoría, ni circunstancias y detalles que escapan al cálculo, ó que, de tenerlos en cuenta, complicarían de tal modo las fórmulas, que perderían toda clase de utilidad práctica. Ahora tratamos de obtener la historia de la función de la dinamo escrita por ella misma, del mismo modo que el fonógrafo llegará algún día á darnos escrito el lenguaje humano, no con los signos convencionales de que ahora mismo nos estamos sirviendo al escribir estos renglones, sino con signos naturales trazados por los sonidos mismos.

Supongamos que se trata de trazar la característica de una serie-dinamo, por medio de puntos.

Póngase á girar la dinamo con una velocidad lineal V, siempre constante; mídase la intensidad de la corriente que produce por medio de un amperómetro intercalado en el circuíto; multiplíquese el valor de I obtenido por la resistencia total del circuíto $(r + r' + R)$; y el producto será el valor E de la fuerza electromotriz de la dinamo, *en aquellas condiciones*.

Tracemos dos ejes rectangulares, y, tomando como abscisa el valor I y como ordenada el de E, encontraremos un punto de la característica.

---

* Hopkinson.

Para hallar otro punto, solamente cambiaremos el valor de la resistencia exterior R: hallaremos un nuevo valor para I y otro nuevo para E: con el de I como abscisa y con el de E como ordenada, hallaremos el segundo punto; y así todos cuantos se quieran desde $R = o$ hasta un valor R tan grande que la máquina no se encebe.

Supongamos que de este modo trazamos la *figura* 23.

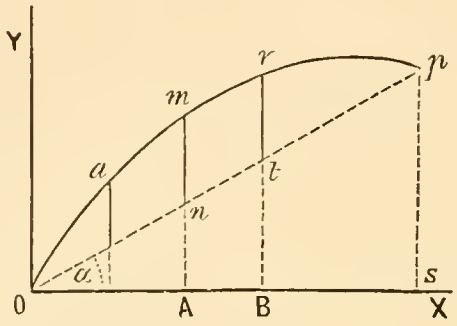


Fig. 23.

La mayor abscisa posible, ó sea el mayor valor posible I, corresponde al menor de R, como lo dice la fórmula de Ohm,

$$I = \frac{E}{r + r' + R},$$

recordando además que E aumenta con I hasta que los electros llegan á saturarse, y después es constante, siéndolo V, como suponemos.

Cuando $R = o$, la corriente es máxima (á la velocidad V): esta corriente máxima, ó máximo de I, ó abscisa máxima, es, en la figura, $\overline{os}$; y la fuerza electromotriz correspondiente á $\overline{os}$ es $\overline{ps}$. Unamos p con o; y tendremos por la fórmula de Ohm (puesto que para el punto p, $R = o$),

$$E = (r + r')\, I.$$

En el triángulo $\overline{pos}$ se tiene. . . . . $\overline{ps} = \overline{so}$ tang α.
Y como $\overline{ps} = E$, y $\overline{os} = I$, resulta

$$(r + r') = \text{tang } \alpha \ ^*.$$

Como se ve, la resistencia interior de la dinamo, ó $(r + r')$, es igual á la tangente del ángulo α.

Análoga conclusión se obtiene, no solamente para el último punto p de la característica, sino para un punto cualquiera, tal como el r. En efecto, imaginemos tirada la recta $\overline{ro}$: ésta formará con el eje $\overline{OX}$ de intensidades un ángulo $\overline{roX}$, cuya tangente será $\frac{rB}{oB}$; ó lo que es lo mismo, $\frac{E}{I}$; ó lo que es lo mismo $(r + r' + R)$, porque, según la fórmula de Ohm, $I = \frac{E}{r + r' + R}$.

Así, pues: trazada una característica, si queremos saber las condiciones referentes á un punto cualquiera r, tendremos:

la ordenada $\overline{rB}$ es la fuerza electromotriz;
la abscisa $\overline{ro}$ es la intensidad de la corriente;
la tangente de roX es la total resistencia del circuito para el caso caracterizado por el punto r.

Pero todavía nos da más: nos da la diferencia de potenciales entre los polos ó bornes de la máquina, ó sea *el potencial útil* e, para el caso caracterizado por el punto r. En efecto: (en la figura)

$$tB = oB \times \text{tang } \alpha.$$

---

* Esta relación exige que se tome una misma unidad lineal para representar el ampere que para el volt, ó de otro modo: que abscisas y ordenadas de la característica se refieran á la misma escala.

Pero oB es I; y hemos visto antes que tang α es igual á $(r+r')$.

Luego $$tB = I\,(r+r').$$

Y, como tenemos que

$$rB = E = (R+r'+r)\,I,$$

restando las dos últimas ecuaciones miembro á miembro, resultará:

$$rB - tB = RI,$$

ó bien $$rt = RI.$$

Pero RI es precisamente la diferencia de potenciales entre los bornes de la dinamo: luego podemos decir:

> las partes de ordenada rt, mn, ab..... que quedan comprendidas entre la característica y la recta $\overline{op}$, que va desde el origen al último punto p de ella, esas partes de ordenadas, repetimos, son los potenciales útiles correspondientes respectivamente á los casos caracterizados por los puntos r, m, a....

La característica da también el rendimiento eléctrico de la dinamo, que es, como sabemos, $\frac{e}{E}$. Así, para el punto r el rendimiento eléctrico será, en la figura, $\frac{rt}{rB}$: para el punto m será $\frac{mn}{mA}$..... etc.

La característica da también el trabajo total EI en cualesquiera condiciones de resistencia exterior. Por ejemplo, en las condiciones referentes al punto r, el trabajo total, por segundo, de la dinamo, será:

$$rB \times Bo.$$

El trabajo útil, por segundo, correspondiente al punto r, será

$$rt \times Bo,$$

ó sea el área del rectángulo construído sobre esas líneas *.

La característica de la serie-dinamo pone de manifiesto que la diferencia de potenciales entre los polos de la dinamo, ó el potencial útil, es cero en el origen, va creciendo con la intensidad hasta llegar á un máximo, y luego va decreciendo hasta volver á cero en el punto último p de la característica: punto p que corresponde al caso en que la máquina está cerrada sobre sí misma, ó en que R es cero.

Trazada la característica, si le tiramos una tangente paralela á la recta $\overline{op}$, determinaremos el punto de contacto, que será el punto del máximo potencial útil; y uniendo ese punto, que será, por ejemplo, el m, con o, tendremos conocida la tangente del ángulo mOX, que valdrá, como sabemos, $(r+r'+R)$. Conocido $(r+r'+R)$, no hay más que restar de él la resistencia interior de la máquina $r+r'$, y conoceremos R, ó sea la resistencia que debemos colocar en el circuíto exterior ó entre los polos, para que entre estos exista el mayor potencial útil.

Si por el punto o se tira una recta que forme con el eje OX un ángulo, cuya tangente valga $2(r+r')$, el punto en que esta recta encuentre á la característica será el que señala las condiciones del máximo trabajo exterior de la dinamo; puesto que en su lugar explicamos que la dinamo estaba en este caso cuando la resistencia exterior R era igual á la interior $(r+r')$, ó lo que es lo mismo, cuando la resistencia total $(R+r'+r)$ es $2(r+r')$.

En resumen: la característica pone de manifiesto todos los defectos y cualidades de la máquina: hasta lo que metafóricamente pudiéramos llamar sus *genialidades*.

Conocida la característica de una máquina á la velocidad V, para trazar la característica de la misma máquina á la velocidad V' no

---

* Se repite lo dicho en la nota de la página 247.

hay más que aumentar ó disminuir las ordenadas de la primera en la relación de V' á V. La demostración de esto la dimos en la página 136.

La *figura* 24 es copia de la característica obtenida por Mr. Deprez para la máquina-Gramme, llamada tipo normal, ó tipo de taller, ó tipo *A*, que tan conocida es en toda Europa.

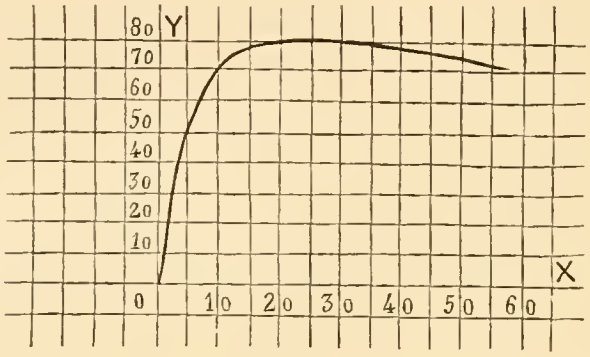


Fig. 24.

Como era fácil prever, después de la discusión de la fórmula de Frölich, esa característica presenta siempre un gran trozo de arranque sensiblemente recto; después viene un trozo no largo, curvo, llamado por Mr. Frölich la *rodilla* y por otros el *codo;* y, pasado el codo, viene la continuación con poca curvatura, y se va bajando un poco hacia el eje de las intensidades *I*, ó de abscisas. En cuanto acaba el codo, los electros están saturados, y lo mismo de allí en adelante. Ya vimos en la página 35 que ese último trozo debía ser casi recto y ascendente; pero la reacción del campo del inducido debilita al campo del inductor *C*, tanto más, cuanto más fuerte es la corriente *I*, en pasando la saturación: cosa que se explica bien, porque, saturados los electros, su campo magnético no debía aumentar con el aumento de la corriente, sino quedar constante, ó aumentar ligeramente con *I* por la acción del *carrete* inductor, como se explicó en la página 36.

Pero cuando el campo inductor es poco potente, por poca masa de hierro, la nociva influencia del inducido sobre el campo inductor puede hacerse tan grande después de la saturación, que la característica se baje enormemente sobre el eje de abscisas, en cuanto los electros están saturados. Todos estos conocimientos se deben á Mr. Deprez, el cual, tomando una máquina de mala característica, la ha mejorado, sin más que el aumento de hierro en los electros.

124. Característica de una dinamo con excitación independiente, ó de una magneto, ó de una pila.

Teóricamente, estas tres características serán rectas paralelas al eje de abscisas. En efecto, en los tres casos la fuerza electromotriz es constante. En los dos primeros vale

$$E = KCLV;$$

y, como todo en el segundo miembro es constante, lo será E.

Prácticamente, se la ve descender cuando aumenta I, sobre todo en las máquinas, por causa de la reacción del campo del inducido sobre el del inductor. En las pilas sucede lo mismo, por causas muy complejas.

125. Característica de la shunt-dinamo y de la compound-dinamo, ó sea de la dinamo excitada en derivación, y de la excitada en derivación y serie á la vez.

Se trazan estas características lo mismo que las de la serie-dinamo, sin más diferencia sino la que lleva consigo el cálculo de la resistencia total del circuito, que ahora no será la suma $(r + r' + R)$ como antes, sino la que se deduce de las leyes de las corrientes derivadas. Determinada en cada caso la resistencia total del circuito, su producto por I dará el valor de E correspondiente, y se tendrá un punto de la característica; y del mismo modo los demás, cambiando cada vez la resistencia exterior R.

Estas características no pasarán por el origen de coordenadas; porque aunque rompamos completamente el circuito exterior, que corresponde al caso de $(R = \infty)$, habrá corriente en el shunt, ó deri-

vación; los electros estarán excitados; habrá campo magnético; y por tanto fuerza electromotriz ú ordenada E en el origen. Más todavía: en el caso de la shunt-dinamo, esa ordenada del origen será la máxima, porque, estando roto el circuíto exterior, toda la corriente producida se emplea exclusivamente en excitar los electros.

126. Característica externa.

En vez de tomar por abscisas las intensidades totales de la corriente y por ordenadas los valores correspondientes de la fuerza electromotriz de la dinamo, ó sea los valores de E, se acostumbra mucho ahora tomar como abscisas las intensidades de la corriente en el circuíto exterior, y por ordenadas el potencial útil entre los polos de la dinamo. Esta línea se llama *característica externa*. No vemos ningún adelanto en esto cuando se trata de una serie-dinamo; porque si se mira bien la figura 23, se verá que allí tenemos en rt, mn, ab..... las ordenadas de la característica externa, ó sea las diferencias de potenciales entre los polos, ó el potencial útil.

127. Aplicación notable que hizo Mr. Deprez de la característica.

La vista de la característica, y sus propiedades geométricas, inspiraron á Mr. Deprez una feliz aplicación, que constituye á nuestro juicio el trabajo de más mérito entre los muchos que se le deben. En él es probable que encontrase Brush su idea de la compound-dinamo, ó dinamo de doble devanado, excitada á la vez en derivación como la shunt-dinamo, y en serie como la serie-dinamo.

Admitido hoy como el mejor procedimiento para una distribución general de electridad el *sistema de derivación*, era preciso construir una dinamo que presentara *siempre constante* la diferencia de potenciales entre sus polos. De este modo, cada aparato, cada lámpara, consumiría siempre una misma fracción de la corriente total, tanto en el caso de que funcionen muchas lámparas como cuando funcionen pocas, tanto en el caso en que la resistencia exterior R sea poca como cuando sea mucha.

Si llamamos e la diferencia de potenciales entre dos polos de la dinamo, n el número variable de lámparas en actividad, x la resis-

tencia de una de las lámparas, supuestas todas iguales y en *derivación*, y R la variable resistencia exterior, tendremos

$$e = RI;$$

y también (puesto que R vale ahora $\frac{x}{n}$),

$$e = x\,\frac{I}{n}.$$

Donde se ve que, para sostener siempre constante á e, es preciso que la corriente total I, que produce la dinamo, varíe proporcionalmente al número n de lámparas que funcionen.

Antes de ver cómo resolvió Mr. Deprez el problema de construir lo que hoy se llama una dinamo *auto-regulatriz*, esto es, la que sostiene constante entre sus polos la diferencia de potenciales cualquiera que sea el valor de R, permítasenos una corta digresión para hacer ver que una dinamo de *excitación independiente*, cuya resistencia interior r fuese muy pequeña comparada con el menor valor que tomase R (que es cuando todas las lámparas funcionan), sería sensiblemente auto-regulatriz: esto es, sostendría á e constante. En efecto, la fórmula de Ohm, aplicada á dicha máquina, en la cual $r' = o$, nos daría

$$E = (r + R)\,I.$$

Pero E es constante, porque no varía nunca la velocidad de la dinamo ni la corriente *extraña* que produce la imanación de los electros: luego, si r es despreciable respecto á R, podremos escribir como aproximación:

$$E = RI,$$

ó bien

$$RI = \text{constante},$$

ó

$$e = \text{constante}.$$

He aquí ahora la esencia del procedimiento imaginado por Mr. Deprez. Arrollemos ó devanemos sobre las almas de los electros dos hilos, uno colocado ó intercalado en el circuíto general, como en la serie-dinamo, y el otro alimentado por una corriente extraña de intensidad constante. Esta máquina tendrá siempre su campo magnético compuesto de la adición de dos campos: el primero constante, producido por la excitación independiente; el segundo variable, producido por la excitación de la corriente *I* variable, que la máquina produce. Hagamos girar esa máquina á una velocidad cualquiera, pero constante, y tracemos la parte *sensiblemente recta* de su característica.

Sea 1, 2, (*fig.* 25) esa característica recta.

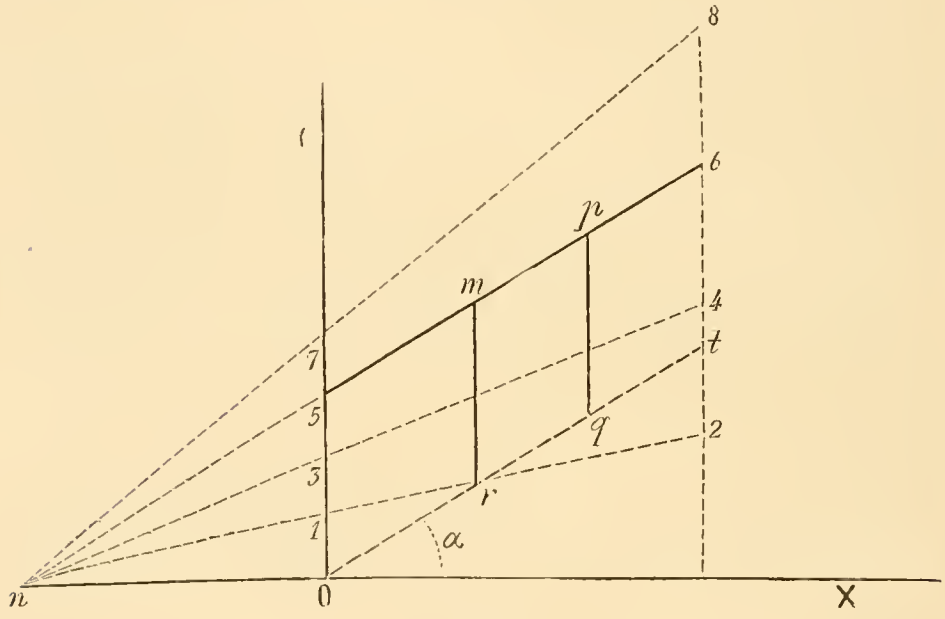


Fig. 25.

Si aumentamos la velocidad y hallamos la nueva característica recta, resultará, por ejemplo, la recta 3, 4. Si repetimos los ex-

perimentos á una velocidad aun mayor, resultará la característica 5, 6: á otra velocidad aun más grande, resultaría 7, 8, etc, Es decir que, conforme va aumentando la velocidad de la dinamo, la característica (el trozo recto de esta) va girando al rededor de un punto n *. Si en vez de aumentar la velocidad, la disminuímos, la característica girará al rededor de n en sentido contrario. Pues bien, entre todas esas características habrá una que formará con el eje de abscisas un ángulo cuya tangente valga $(r + r')$; y esta es la que nos conviene para resolver el problema. La velocidad correspondiente á ella se llama *velocidad crítica:* supongamos que esta característica conveniente es la recta 5, 6, de la figura 25.

Vamos á demostrar que, si esta dinamo funciona siempre á la velocidad crítica, e será constante, cualquiera que sea el valor de R. Para ello tiremos por el origen o la recta ot, que forma con el eje de abscisas ó de las I un ángulo, cuya tangente vale $(r + r')$: en la página 248 se demostró que la diferencia de potenciales entre los polos de la dinamo, en cada caso, era la parte de ordenada comprendida entre la característica y la recta que formaba con el eje de abscisas un ángulo α, tal que tang $\alpha = r + r'$.

Y como ahora la característica 5, 6, y esa recta son paralelas, resulta que todos los trozos de ordenadas ($\overline{mr}$, $\overline{pq}$, 6 t) son iguales entre sí, é iguales á $\overline{05}$, que representa el valor de e cuando el circuíto exterior esté roto, ó $R = \infty$.

Vemos, pues, que podemos conseguir la constancia de e, y que además esta e constante valdrá lo que queramos, puesto que es igual á 05, y 05 es la diferencia de potenciales cuando $R = \infty$, ó lo que es lo mismo, cuando $I = o$. Ó de otro modo: 05 es la diferencia de potenciales producida por el campo magnético independiente, el valor del cual depende de nuestra voluntad, hasta cierto límite, siempre bien inferior á la saturación. Depende de nuestra voluntad, porque de esta depende el valor de la corriente excitadora extraña y el

---

* Véase la nota de la página 256.

número de vueltas de su hilo. En cuanto al punto n, no es otra cosa que el origen que tendrían todas las características de nuestra dinamo si suprimiéramos la corriente *extraña* que alimenta los electros: ó, de otro modo, si suprimiéramos lo que se llama *campo magnético inicial*, en cuyo caso la máquina no sería auto-regulatriz, y funcionaría como una simple serie-dinamo *.

No necesitará el lector que se le advierta que estando fundado el procedimiento de Mr. Deprez en que la característica es una recta, la dinamo calculada con arreglo á su procedimiento no será verdaderamente auto-regulatriz, sino en tanto que la dinamo trabaje dentro de las condiciones referentes al trozo recto de la característica.

El procedimiento de doble devanado, ó doble excitación, ha sido aplicado también á la resolución de este otro problema: «Construir una dinamo que sostenga en el circuíto exterior una corriente de intensidad constante, á pesar de la resistencia variable de dicho circuíto». La resolución se debe á Mr. Deprez.

Este problema tendría su aplicación al caso en que los aparatos ó las lámparas están colocadas en serie, y son, por tanto, recorridos por la misma corriente; pero no tiene gran importancia, comparado con el primero.

---

* Para comprender bien que cuando se obtienen varias características rectas de una misma serie-dinamo, á diversas velocidades, lo que se hace no es más que hacer girar en uno ú otro sentido la primera característica recta obtenida por la experimentación, no hay más que recordar, que para una misma abscisa (ó valor de I), la ordenada de la característica varía proporcionalmente á la velocidad V. según se demostró en el párrafo número 68.

III

El problema de la construcción en una transmisión de energía.

---

128. Construcción de la receptriz, y en general de un motor eléctrico.

Después del estudio bastante detenido que hemos hecho de la dinamo como generador de electricidad, pocas palabras se necesitan para trazar la marcha que ha de seguirse en el cálculo de una transmisión de energía.

El problema se puede plantear en los siguientes términos, con relación á la receptriz, y cualquiera que sea la distancia:

> Calcular una receptriz que produzca por segundo un trabajo mecánico útil dado, de K_1 kilográmetros, bajo la acción de una corriente I dada, y marchando á una velocidad V_1 previamente convenida también.

Admitiendo para el coeficiente de transformación de la receptriz el prudente término medio 0,87, podemos escribir

$$0{,}87 \times \frac{E_1 V_1}{10} = K_1 \text{ kilográmetros} \ldots\ldots \quad (1)$$

de donde resultará *conocida* la fuerza contra-electromotriz E_1 de la receptriz,

$$E_1 = \frac{10\,K_1}{0{,}87\,V_1} \text{ volts} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (1)$$

Por otra parte tenemos

$$E_1 = K\,C_1\,L_1\,V_1:$$

ecuación que nos dará L_1, ó sea la longitud del hilo inducido

$$L_1 = \frac{E_1}{K\,C_1\,V_1} \text{ metros} \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (2)$$

La sección s_1 del hilo inducido se calculará por la fórmula (1), página 179.

$$s_1 = \frac{I}{8.000.000} \text{ metros cuadrados} \ldots\ldots \quad (3)$$

El volumen metálico B_1 del inducido será

$$B_1 = s_1\,L_1 \text{ metros cúbicos} \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (4)$$

El volumen total M_1 del hilo inducido

$$M_1 = \frac{4}{3}\,h_1\,B_1 \text{ metros cúbicos} \ldots\ldots\ldots \quad (5)$$

La resistencia r_1 del hilo inducido

$$r_1 = \frac{0{,}00000002\,L_1}{4\,s_1} \text{ ohms} \ldots\ldots\ldots \quad (6)$$

La relación de semejanza

$$\text{Relación de semejanza} = \sqrt[3]{\frac{M_1}{2}} \ldots\ldots \quad (7)$$

El diámetro D_1 del inducido (pág. 184), será

$$D_1 = 200 \sqrt[3]{\frac{M_1}{2}} \text{ milímetros} \ldots\ldots \quad (8)$$

Los elementos del esqueleto y del inductor se calculan como se expuso en su lugar. En cuanto al campo magnético C_1 se le da, siguiendo el procedimiento ya expuesto de Thompson, el valor elegido, por ejemplo $\frac{1}{6}$. Con respecto á K, coeficiente del inducido, se le da el valor 0,2 en las dinamo bi-polares de Gramme.

129. La línea.

Dada la distancia D en metros entre la generatriz y la receptriz, y la intensidad I de la corriente; representando por s'' la sección económica del hilo de línea en metros cuadrados, determinada por el cálculo de William Thomson; y por ρ la resistencia específica del metal empleado, la resistencia R_1 de la línea será

$$R_1 = \frac{\rho \times 2D}{s''} \text{ ohms.}$$

Y si empleamos, como es natural, el cobre,

$$R_1 = \frac{0{,}000\,000\,02 \times 2D}{s''} \text{ ohms} \ldots\ldots \quad (9)$$

La energía perdida por segundo en la línea, será, en kilográmetros,

$$\frac{R_1 I^2}{10} = \frac{0{,}000\,000\,02 \times 2D \times I^2}{10 s''} \text{ kilográmetros.}$$

130. Cálculo de la generatriz.

Este caso puede reducirse al cálculo que ya hemos estudiado de una dinamo para producir una corriente I dada, al través de una resistencia R dada, y girando con una velocidad lineal V dada.

Es verdad que en el caso actual no se nos da R, pero tenemos los datos necesarios para hallar el valor de R.

Habiendo calculado ya la receptriz, conoceremos la resistencia r_1 del inducido y r'_1 del hilo inductor. Por otra parte, sabemos que la diferencia e_1 de potenciales entre los polos de la receptriz, vale,

$$e_1 = (r_1 + r'_1)\, I + E_1.$$

El valor de E_1 es conocido ya por la fórmula (1) de la página 258.

Conocemos, pues, e_1.

Busquemos ahora la resistencia R_2, que equivale á e_1: esto es, una resistencia tal que, si la instalación estuviera hecha y funcionando, y se quitase la receptriz, y en su lugar se pusiera un conductor de resistencia R_2, *no se alterase la intensidad I de la corriente*. El valor de esta resistencia equivalente R_2 vendrá dada por la ecuación

$$e_1 = R_2 I:$$

de donde

$$R_2 = \frac{e_1}{I} \text{ ohms} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (10)$$

Ahora bien: la resistencia exterior R, que tiene que vencer la generatriz, se compone de la resistencia R_1 de la línea, que ya conocemos, y de la resistencia R_2 equivalente á la receptriz: de modo que tendremos:

$$R = R_1 + R_2 \text{ ohms} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (11)$$

Conociendo ya R, y dados I y V, estamos en el caso general ya estudiado.

Fácilmente se comprende que el problema de la transmisión de la energía, y aun el de la construcción de una sola dinamo, se puede enunciar y resolver de distintos modos, aunque con las mismas fórmulas: porque claro está que podrían dársenos por datos las incógnitas, en cuyo caso tendremos que buscar lo que antes se nos daba; ó imponérsenos el rendimiento, dejándonos libertad completa para la elección de las velocidades y de la intensidad de la corriente; etc.

En el problema de la transmisión de energía entre Creil y París, Mr. Marcel Deprez se impuso las condiciones siguientes:

Que la velocidad angular de la generatriz no pasara de 300 vueltas por minuto;

Que la generatriz alcanzara una fuerza electromotriz de 8.000 volts;

Que absorbiera una potencia mecánica de 200 caballos; y

Que las receptrices dieran un trabajo mecánico útil de 100 caballos, ó sea que el rendimiento útil de la transmisión fuera de 50 por 100. La distancia es de 56 kilómetros medidos en la línea.

La energía eléctrica que había de producir la generatriz, ó EI, se puede deducir de la siguiente ecuación, admitiendo el número 0,87 como coeficiente de transformación:

$$200 \times 75 \times 0{,}87 = \frac{EI}{10} \text{ kilográmetros.}$$

Si en vez de E, ponemos el valor 8.000, que se impuso Mr. Deprez, y despejamos I, resulta que la corriente de la línea ha de ser

$$I = 16 \text{ amperes (próximamente).}$$

La generatriz de Mr. Deprez tiene dos anillos montados sobre el mismo árbol. Tanto ésta como las dos receptrices son de excitación independiente, de modo que r' y r'_1, de nuestras fórmulas son cero en la transmisión de Creil-París. Mr. Deprez ha dado á los anillos ó inducidos de la generatriz un diámetro de 0,78 metros: lo cual, á razón de 300 vueltas por minuto, corresponde á una velocidad lineal V en el extremo del radio medio del inducido, de unos 12 metros por segundo *.

---

* Este programa no se ha cumplido: mucho tiempo después de escrita esta página hemos leído el informe de Mr. Lévy á la Academia de Ciencias: y resulta que no se han transmitido más que 52 caballos sobre 119; y que la fuerza electromotriz no ha llegado más que á 6.200 volts.

La generatriz tiene una resistencia de 33 ohms entre los dos inducidos: $r = 33$. Los dos inducidos de cada receptriz tienen juntos una resistencia de 36 ohms: $r_1 = 26$.

La línea tiene una resistencia de 100 ohms.

Podemos, pues, establecer por nuestra cuenta el cálculo siguiente, ya que Mr. Deprez no ha publicado ninguno, salvo los resultados de unos experimentos oficiales. Las pérdidas por segundo serán:

Pérdida en los anillos ó inducidos de la generatriz $\frac{33 \times (16)^2}{10 \times 75} =$ 11 caballos.

Pérdida en los inducidos de las receptrices $= \frac{2 \times 36 \times (8)^2}{10 \times 75} =$ 6 »*

Pérdida en la línea $= \frac{100 \times (16)^2}{10 \times 75} =$ 34 »

Pérdida en la transformación de la energía mecánica en eléctrica, en la generatriz, aceptando el coeficiente 0,87 $200 \times 0{,}13 =$ 26 »

Pérdida en la transformación inversa en las receptrices. Admitiendo que quedasen recuperados 100 caballos mecánicos, y admitiendo el coeficiente de transformación 0,87, el trabajo eléctrico sería $\frac{100}{0{,}87}$ y la pérdida sería $\frac{100}{0{,}87} \times 0{,}13 =$ 15 »

Pérdida total 92 caballos.

Estos números indican con cuánta dificultad podrá ver Mr. Deprez realizados sus deseos de transmitir 100 caballos perdiendo otros 100. Porque no hay que olvidar que á esa pérdida de 92 caballos hay que agregar toda la energía *mecánica* gastada en la excitación de los campos de las tres máquinas, y que no sabemos realmente á cuánto asciende.

---

* Las receptrices se dividen la corriente por igual: están en derivación, y por eso cada una toma 8 amperes.

Hoy, 1.° de Setiembre, no se han hecho los experimentos completos, ni esperamos que se hagan en lo que resta del año corriente de 1886. Los que ha un año se hicieron han dado las cifras siguientes, aunque han sido algo impugnadas por algunos electricistas.

No funcionó más que una sola receptriz, pues la otra no estaba hecha; y la receptriz dió 35 caballos al freno en el primer ensayo, con un rendimiento industrial de 47,7. El segundo ensayo, hecho á mayores velocidades de marcha, dió naturalmente mayor rendimiento: la receptriz dió 53 caballos mecánicos disponibles con un rendimiento industrial de 53 por 100.

De estos números parece deducirse que se consiguió el rendimiento deseado, y por tanto que se cumplió el proyecto de Mr. Deprez, y el programa convenido; pero no es así, porque no es lo mismo transmitir 50 caballos útiles, que transmitir 100 con la misma generatriz y la misma línea. La pérdida de energía por su conversión en calor en la línea y en los hilos inducidos de las dos máquinas crece como el cuadrado de la intensidad de la corriente. Hay gran diferencia entre funcionar, como se hizo, á 7 amperes, y funcionar á 14 ó 16. Esto sin contar con que hubiera sido preciso elevar la fuerza electromotriz, y sus consiguientes peligros y dificultades.

Por esto no es extraño que se alcanzara el rendimiento industrial de 0,53, ni tampoco el que, como dijo Mr. Deprez en su nota á la Academia de Ciencias, «la generatriz apenas se calentara»: como que solamente se producía en su inducido la cuarta parte del calor para el cual la habría calculado Mr. Deprez: esto, por lo que se refiere al hilo inducido; que el no calentarse el hierro del anillo por las corrientes parásitas prueba que el anillo era bueno, y que sus planchas estaban bien aisladas.

Nosotros, en vista de los resultados hasta ahora obtenidos, y de las cuentas que hemos sacado en la página anterior, no esperamos ver transmitir entre Creil y La Chapelle, con las máquinas y líneas actuales, y de una manera normal, 100 caballos mecánicos útiles á las receptrices, con un rendimiento industrial de 50 por 100.

No es esto decir que Mr. Deprez ha hecho poco; al contrario, ha

hecho mucho en el terreno de la ciencia y en el de la práctica: ha conseguido construir máquinas y funcionar á potenciales á que nadie había llegado: ha tropezado con grandes dificultades prácticas y las ha vencido: ha dado el admirable espectáculo para la industria, y todavía más admirable para el físico, de transmitir á 56 kilómetros 50 caballos de potencia, por un hilo delgado, silencioso, inmóvil, suspendido ligeramente en el aire. ¿Qué pasará en las entrañas de ese hilo? Batalla terrible, formidables choques deben librar dentro del silencioso metal, esos pígmeos que se llaman átomos por la masa, pero que deben ser gigantes por la velocidad.

131. Aplicación de las características á la resolución del problema de la transmisión de la energía *.

A las aplicaciones que tienen las características, y que ya hemos explicado, vamos á agregar otro ejemplo, entre muchos que pudieran citarse.

Supongamos que se nos dan dos serie-dinamos para efectuar una transmisión de energía sobre una línea dada, y que se nos exige:

1.° Que la receptriz gire con una velocidad lineal V_1, *dada*, en metros.

2.° Que el esfuerzo tangencial mecánico útil al extremo del radio medio del inducido de la receptriz sea *dado* y valga F_1' kilogramos.

Es claro que imponer los dos factores V_1 y F'_1, equivale á imponer el trabajo mecánico útil $V_1F'_1$ que por segundo ha de hacer la receptriz, aunque la recíproca no es cierta y dejaría mucha más libertad.

También es cierto que en general no se nos dará la velocidad lineal V_1 que ha de tener la receptriz en el extremo del radio medio del inducido, sino la velocidad angular ó sea el número de vueltas por minuto. Pero como dadas las máquinas conocemos ese radio medio r_m, si se nos da el número N de vueltas por minuto tenemos:

$$\frac{2\pi r_m N}{60} = V_1.$$

---

* Mr. Hillairet, actual ingeniero de la casa Breguet, de París, es el autor de esta aplicación.

Lo mismo decimos del esfuerzo mecánico tangencial que nos lo pueden dar á la distancia de 1 metro del eje de rotación: nosotros lo referiremos al extremo del radio r_m.

El dar aquellos dos factores es muchas veces lo mejor, porque en varios casos, sin transmisiones de movimiento, y cuando se trata de dar movimiento á herramientas de gran velocidad, se montan éstas sobre el mismo árbol de la dinamo.

Para resolver el problema propuesto, empezaremos por trazar la característica de la generatriz á una velocidad *arbitraria v*, pero no exagerada en ningún sentido. Supongamos que se obtiene la curva de la *figura* 26.

Después haremos lo mismo con la receptriz. Sea su característica la *figura* 27 á la velocidad arbitraria v'.

Después trazaremos la línea de los esfuerzos tangenciales útiles de la receptriz (véase el número 78). Supongamos que obtenemos la línea representada en la *figura* 28, línea que es casi recta.

Operando en la figura 28 (trazada, como todas, á escala), llevaremos sobre el eje de los esfuerzos la magnitud *oa* igual al valor dado F'_1 kilogramos. Así encontraremos el valor de la abscisa correspondiente á *oa* que es $\overline{om}$. Esta abscisa $\overline{om}$ es la intensidad de la corriente que resuelve el problema propuesto.

Conocida la intensidad de la corriente, llevémosla sobre el eje de abscisas de la característica de la receptriz, figura 27, y encontraremos la ordenada $\overline{mr}$, ó sea la fuerza contra-electromotriz de la receptriz á la velocidad v'. Pero como queremos que la receptriz funcione, no á la velocidad v', sino á la impuesta, que es V_1, tendremos que valernos del teorema que dice que las fuerzas electromotrices son proporcionales á las velocidades bajo la misma corriente excitadora $\overline{om}$. Podemos, pues, escribir, representando por E_1 la fuerza contra-electromotriz de la receptriz á la velocidad impuesta V_1;

$$E_1 = \overline{mr} \times \frac{V_1}{v'}$$

con lo cual conocemos ya E_1.

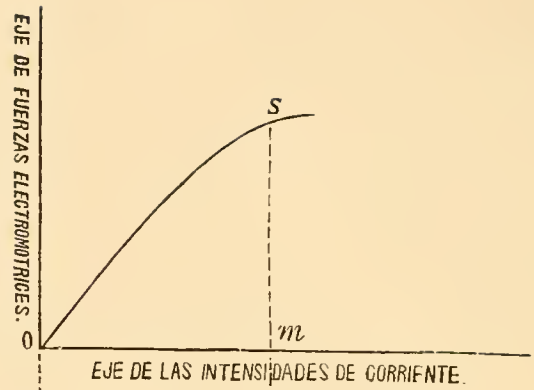


Fig. 26.

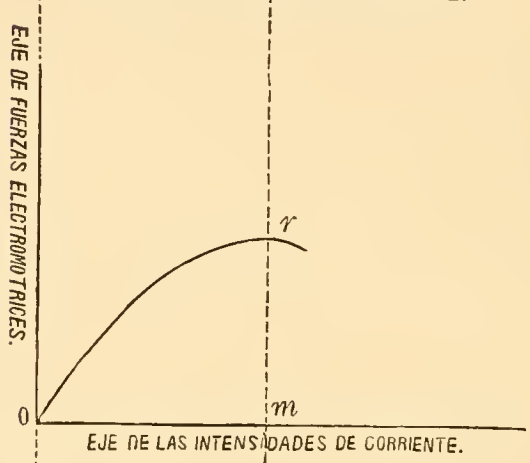


Fig. 27.

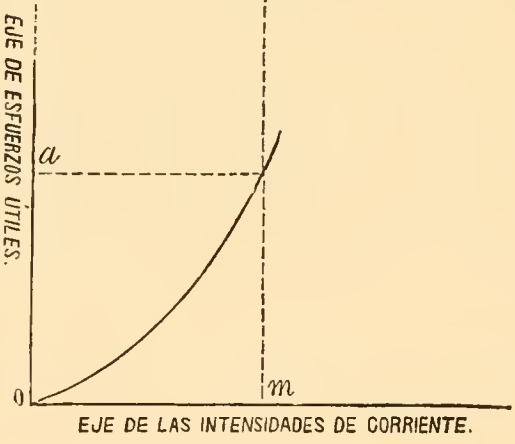


Fig. 28.

Representando ahora por E la fuerza electromotriz que deberá tener la generatriz para resolver el problema propuesto, y por R la resistencia total del circuíto (línea doble y máquinas), la fórmula de Ohm nos dará:

$$\overline{om} = \frac{E - E_1}{R};$$

ecuación que nos dará conocido el valor de E, puesto que todo lo demás que en ella entra es conocido.

Pasemos ahora á la figura 26, característica de la generatriz, y vamos por medio de ella á buscar el valor que deberá tener la velocidad de la generatriz para resolver el problema propuesto. Sea V esta velocidad desconocida, que deberá tener la generatriz. Busquemos en la figura 26 la ordenada que corresponde á la abscisa $\overline{om}$: sea $\overline{ms}$: esta ordenada $\overline{ms}$ es la fuerza electromotriz que tendrá la generatriz á la velocidad v, y excitada por la corriente de marcha $\overline{om}$: ¿qué velocidad V debería tener, para que excitada por $\overline{om}$, produjese la fuerza electromotriz E? El teorema de las velocidades, antes aplicado, nos dará

$$E = \overline{ms} \times \frac{V}{v}.$$

De donde, el valor V que buscamos.

CAPITULO QUINTO.

Teoria y construcción de la shunt-dinamo.

132. Fórmulas fundamentales.

Se llama *shunt-dinamo*, ó dinamo excitada en derivación, aquella que tiene sus electros excitados por un hilo inductor cuyos extremos comunican cada uno con la escobilla correspondiente de la dinamo. En cuanto al hilo exterior ó útil, ó circuíto exterior, sus extremos se relacionan también cada uno con su escobilla. En esta máquina, las escobillas son los polos.

En la serie-dinamo, ya sabe el lector que toda la corriente de la máquina recorre el hilo inductor, ó excita los electros: en la shunt solo una parte pequeña de la corriente total excita los electros. Representemos por

I la corriente que se utiliza en el circuíto exterior, fracción, aunque grande, de la total.

I_a la intensidad de la corriente *total* que engendra la dinamo, saliendo del inducido por la escobilla positiva y entrando en él por la negativa.

I_d la corriente excitadora ó derivada. Los índices a y d indican *anillo* y *derivación*.

Las cinco fórmulas fundamentales, de donde se desprende toda la teoría de la shunt-dinamo, son las que á continuación explicamos.

La primera es

$$E = KCLV \text{ volts} \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (A').$$

La segunda es la fórmula de Ohm. Para aplicarla á este caso, observemos que la corriente total ó principal es I_a; y que el *conjunto* de los hilos inductor y exterior, ambos montados en derivación sobre las escobillas, tendrá, según las leyes de las corrientes derivadas, una resistencia igual á

$$\frac{R\,r'}{R + r'}^{*},$$

la cual es menor que r', resistencia del hilo inductor ó excitador, y menor que R, resistencia del hilo exterior ó útil, ó resistencia *equivalente* del circuíto exterior.

Siendo r, como siempre, la resistencia del hilo inducido, el valor de la resistencia total del circuíto en la shunt-dinamo será

$$\text{Resistencia total del circuíto} = \frac{R\,r'}{R + r'} + r \ldots\ldots \quad (z).$$

Aplicando la fórmula de Ohm, resulta:

$$I_a = \frac{E}{r + \dfrac{R\,r'}{R + r'}} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (a).$$

Tenemos además

$$I_a = I + I_d \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (b).$$

La diferencia de potenciales entre dos puntos de un conductor es (siempre que no haya entre esos puntos una fuerza electromotriz di-

---

* Véase sobre esto la nota de la página 281.

recta ó inversa) el producto de la intensidad de la corriente por la resistencia que entre dichos dos puntos ofrece el conductor. Aplicando esta regla (que no es otra cosa que la ley de Ohm) al hilo exterior, resulta que la diferencia de potenciales entre las escobillas es RI; y aplicándola al hilo inductor resulta que la misma diferencia de potenciales tiene por expresión $r' I_d$: luego

$$R I = r' I_d \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (c).$$

Eliminando I_a é I_d entre las ecuaciones *(a)* *(b)* y *(c)* resultará:

$$E = \left(r + \frac{R r'}{R + r'}\right)\left(1 + \frac{R}{r'}\right) I:$$

la cual se puede escribir así:

$$E = \left(\frac{R r + r r'}{r'} + R\right) I \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (B').$$

Esta es la segunda fórmula fundamental. Si siguiendo nuestro sistema de convenciones, representamos por la letra a la relación entre r' y r, podemos escribir

$$r' = a r.$$

Y, eliminando r' de la fórmula anterior, resultará:

$$E = \left(r + R\left(1 + \frac{1}{a}\right)\right) I \text{ volts} \ldots\ldots\ldots \quad (B').$$

Hallemos la tercera fórmula fundamental. Para ello, si eliminamos I_d entre las ecuaciones *(b)* y *(c)* resultará

$$I_a = \left(1 + \frac{R}{r'}\right) I \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (d).$$

La potencia eléctrica total T_t de la dinamo será

$$T_t = EI_a \text{ watts} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (e).$$

Eliminando I_a entre *(d)* y *(e)*, tendremos:

$$T_t = E\left(1 + \frac{R}{r'}\right) I \text{ watts} = E\left(1 + \frac{R}{ar}\right) I \text{ watts}, \quad (C')$$

que es la tercera fórmula fundamental.

Cuarta fórmula. Es la relativa á la densidad d de la corriente en el hilo inducido:

Dicha densidad será

$$d = \frac{I_a}{2s}.$$

Y poniendo en vez de I_a su valor (d) resultará

$$\left(1 + \frac{R}{ar}\right) I = 2sd \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (D').$$

Quinta fórmula. Es la misma ya explicada en la serie-dinamo, que da el valor de la resistencia r del inducido:

$$r = \frac{\rho L}{4s} \text{ ohms} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (F'').$$

Con las cinco fórmulas fundamentales (A'), (B'), (C'), (D'), (F'), fácil es ya, siguiendo el camino trazado en la teoría de la serie-dinamo, deducir los elementos todos de la construcción, y los relativos á las funciones de la shunt-dinamo.

Nos contentaremos, pues, con algunas indicaciones, deteniéndonos algo en los puntos en que haya que notar alguna diferencia entre este estudio y el ya hecho.

133. Sección del hilo inducido (s).

Lo da la fórmula (D') en función del dato I y de la densidad d, elegida:

$$s = \frac{\left(1 + \frac{R}{ar}\right) I}{2d} \text{ metros cuadrados} \ldots\ldots\ldots \quad (1)$$

R también es dato, y en cuanto á a también lo hemos de elegir, de modo que se obtenga buen rendimiento eléctrico, como se verá más adelante.

La expresión $\left(1 + \frac{R}{ar}\right)$ ó $\left(1 + \frac{R}{r'}\right)$ se diferencia poco de 1,

porque la necesidad de obtener un buen rendimiento obliga, como veremos luego, á dar á a un valor muy grande.

134. Longitud L del hilo inducido.

Eliminando E entre las ecuaciones (A') y (B') resulta:

$$KCLV = \left(r + R + \frac{R}{a}\right) I \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (f)$$

Eliminando s entre (D') y (F') resulta:

$$r = \frac{0{,}5\, L \rho\, d}{I} - \frac{R}{a} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (g)$$

Y, eliminando r entre (f) y (g), resulta:

$$KCLV = \left(\frac{0{,}5\, \rho\, L\, d}{I} - \frac{R}{a} + R + \frac{R}{a}\right) I:$$

ó bien

$$L = \frac{RI}{KCV - 0{,}5\, \rho\, d} \text{ metros} \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (2)$$

La desaparición de a, ó sea de $\frac{r'}{r}$, es notable, y prueba que la

longitud del hilo inducido no depende en esta máquina del valor que elijamos para el coeficiente a, al revés de lo que sucedía en la serie-dinamo, donde la longitud L aumentaba con el coeficiente a.

135. Fuerza electromotríz.

Para obtenerla no hay más que sustituir en la ecuación fundamental (A') en vez de L el valor (2) que acabamos de obtener, y tendremos:

$$E=\frac{KCVRI}{KCV-0{,}5\,\rho d} \text{ volts} \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (3)$$

136. Diferencia e de potenciales entre las escobillas.

Así como en la serie-dinamo la diferencia de potenciales entre los polos de la máquina es distinta y siempre menor que la de las escobillas, en la shunt-dinamo son una misma cosa, porque las escobillas son los polos. Así se tendrá

$$e=R\,I \text{ volts} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (4)$$

137. Potencia útil T_u de la shunt-dinamo.

Será evidentemente $e\,I$ ó RI^2:

$$T_u=R\,I^2 \text{ watts} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (5)$$

138. Potencia total de la shunt-dinamo, ó T_t.

Eliminando E entre las ecuaciones (B') y (C') resulta:

$$T_t=\left[r+R+\frac{R}{a}\right]\left(1+\frac{R}{r\,a}\right) I^2 \text{ watts} \ldots\ldots \quad (6)$$

Simplificando,

$$T_t=\left[r+R+2\frac{R}{a}+\frac{R^2}{a\,r}\left(1+\frac{1}{a}\right)\right] I^2 \text{ watts} \ldots \quad (6)$$

139. Rendimiento eléctrico de la shunt-dinamo.

Vendrá dado, como sabemos, por la relación $\frac{T_u}{T_i}$. Así, pues, se tendrá

$$K_e = \frac{R\,I^2}{\left[r+R+2\,\frac{R}{a}+\frac{R^2}{ar}\left(1+\frac{1}{a}\right)\right]I^2}$$

Ó bien:

$$K_e = \frac{1}{1+\frac{r}{R}+\frac{2}{a}+\frac{R}{a\,r}\left(1+\frac{1}{a}\right)} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (7)$$

Si comparamos esta expresión con la del rendimiento eléctrico de una serie dinamo, que vale $\frac{R}{R+r+a\,r}$, ó mejor,

$$\left(\frac{1}{1+\frac{r}{R}+\frac{a\,r}{R}}\right),$$

observaremos una diferencia trascendental. El rendimiento de la serie-dinamo crece indefinidamente con la resistencia exterior R, teniendo por límite superior la unidad (para $R=\infty$), y por límite inferior cero (para $R=0$). Hablamos, por supuesto, de la máquina construída, y funcionando, sin atender para nada al cambio de densidad que la máquina sufrirá en su corriente, cuando varíe R.

Pues si estudiamos la anterior expresión (7), que nos da el rendimiento de la shunt-dinamo, veremos que empieza por valer cero, para $R=0$; después va creciendo con R hasta *llegar á un máximo;* y, pasado este máximo, va disminuyendo indefinidamente, para llegar otra vez á cero cuando R, que siempre ha ido creciendo, llega á infinito.

Antes de pasar adelante, volvamos á nuestra última ecuación (7), y fijemos la atención sobre el valor a que vale, como sabemos $\frac{r'}{r}$, ó

sea la relación entre las resistencias del hilo inductor (r') y la del inducido (r).

Bien se ve en ella la conveniencia, ó mejor, la necesidad de adoptar para a un número muy grande, si se ha de obtener un buen rendimiento.

En la práctica se adopta generalmente para a el valor 400, poco más ó menos.

Este número, en algunas máquinas, se aproxima á 200, y en otras pasa mucho de 500, según que imperan ó no otras exigencias que se oponen ó no á que el constructor busque ante todo el mayor rendimiento.

Adoptando para a un número comprendido entre 200 y 500, podemos despreciar en la expresión (7) de la shunt-dinamo los valores $\frac{2}{a}$ y $\frac{1}{a}$, y escribir esta fórmula del rendimiento eléctrico, más simplificada, aunque no exacta:

$$K_e = \frac{1}{1 + \frac{r}{R} + \frac{R}{a\,r}} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (8)$$

Si hallamos el primer coeficiente diferencial $\frac{d\,K_e}{d\,R}$, y lo igualamos á cero, encontraremos que el valor de R, que produce el máximo valor de K_e, es

$$R = r\sqrt{a} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (h)$$

Si adoptamos para a el valor 400, que es buen número, resultará

$$R = 20\,r$$

Lo que nos dice que la shunt-dinamo dará su mejor rendimiento eléctrico cuando pongamos en el circuíto exterior una resistencia 20 veces mayor que la resistencia r del inducido.

Una shunt-dinamo, construída sobre la base $a=400$, y á la cual se le haga trabajar sobre una resistencia exterior igual á 20 r, daría el siguiente rendimiento, según la fórmula (8)

$$\text{Rendimiento eléctrico}=\frac{1}{1+\frac{1}{20}+\frac{20}{400}}=\frac{20}{22}=0{,}91$$

En la práctica se ha llegado á ese número y aun se ha sobrepujado.

No se vaya á creer que estamos en la estrecha necesidad de hacer trabajar la máquina sobre una resistencia exterior R, que se diferencia poco de 20 r. No hay semejante esclavitud: porque, aunque es cierto que el máximo rendimiento eléctrico corresponde á $R=20\ r$, varía muy poco el rendimiento, aunque nos desviemos mucho de ese valor de R *.

Por ejemplo: si siempre con la base $a=400$, esto es, si con una shunt-dinamo calculada con $a=400$, ponemos una resistencia exterior $R=10\ r$, la fórmula (8) daría

$$K_e=0{,}88$$

Si le ponemos una resistencia exterior de 30 r, resultará

$$K_e=0{,}90$$

Supongamos que la máquina está construída con $a=200$, ó bien 196.

Para este valor de a, el máximo de rendimiento se obtendrá dando á R el valor $R=r\sqrt{a}=r\sqrt{196}=r\times 14=14\ r$. El rendimiento máximo sería

$$K_e=0{,}87.$$

Si damos á R el valor 7 r, la shunt dinamo daría

$$K_e=0{,}84$$

---

* Como sucede en las cercanías de todo máximo.

Si damos á R el valor 21 r, daría

$$K_e = 0.86$$

Y, si el constructor admitiese que $a=100$, lo cual no es de aconsejar, el valor de r que produciría el rendimiento eléctrico máximo sería el que corresponde á

$$R = r\sqrt{a} = R\sqrt{100} = 10\ r$$

El rendimiento eléctrico máximo sería

$$K_e = 0{,}83$$

Si se le pone á esa máquina una resistencia exterior $R=5\ r$, resultaría,

$$K_e = 0{,}80$$

Y si $R=15\ r$

$$K_e = 0{,}82$$

Cuyos ejemplos comprueban *à posteriori* la nociva influencia de la disminución del coeficiente a, y la relativamente pequeña que tiene el separarse notablemente de la resistencia R que da en cada caso el rendimiento eléctrico máximo.

Es inútil que deduzcamos todas las fórmulas que puedan interesar en la shunt-dinamo, porque en cierto modo sería repetir lo dicho en la serie-dinamo. Allí está trazado el camino que puede seguir el lector.

Respecto al hilo inductor de la shunt-dinamo, conocemos ya su resistencia r', puesto que $r'=ar$. La longitud L' se calcula por el procedimiento explicado de Mr. Silvanus Tompson; y su sección s' se calculará por la fórmula

$$r' = \frac{\rho\ L'}{s'},$$

donde se conocen ya r' y L'.

CAPITULO SEXTO.

Distribución de la energia eléctrica y dinamos auto-regulatrices.

140. Se trata de distribuir la energía eléctrica que produce una dinamo entre varios aparatos de consumo, de tal modo que el régimen de cada aparato no se altere por el aumento ó la disminución del número de ellos, y que el trabajo que cada segundo haga la dinamo sea proporcional al consumo de energía en el circuíto exterior.

El sistema que mejor se presta á la resolución del problema es el que se llama *distribución en derivación*. De los polos de la dinamo parten dos conductores que no se unen en sus extremos, y recorren los lugares de consumo: este circuíto *abierto* se cierra en cada punto en que hay un aparato de consumo, poniendo los dos polos ó bornes del aparato en respectiva comunicación con los conductores de la corriente: por cada aparato *derivará* una fracción de la corriente total.

Si la dinamo sostiene siempre constante la diferencia de potenciales entre sus polos, podemos admitir, como aproximación, que cada aparato de consumo tomará la misma corriente cuando funcionen muchos que cuando funcionen pocos, esto es, que cada aparato funciona

con completa independencia de los demás. La fracción de la corriente total que cada aparato tomará dependerá de la resistencia que este tenga. En efecto, representando por e la diferencia de potenciales entre los polos de la dinamo, ésta será la diferencia de potenciales entre los dos conductores, á menos que estos no fuesen muy largos y delgados; y como e se supone constante, en cada aparato se verificará esta ecuación

$$i = \frac{e}{r};$$

donde i es la fracción de la corriente total que alimenta el aparato, y r la resistencia de este: vemos que, como e es constante, i será en razón inversa de r.

La energía que cada aparato consumirá, será también en razón inversa de su resistencia, puesto que esa energía, es, por segundo,

$$e\,i = e\frac{e}{r} = \frac{e^2}{r}$$

En resumen: si e fuese constante, como que por otra parte r lo es, resulta que la corriente que toma cada aparato, y la energía que consume, no tiene nada que ver con la que consuman los demás, ni por tanto con que los demás funcionen ó no.

La constancia de la diferencia e de potenciales satisfará también aproximadamente á la otra condición del problema de la distribución de la energía, á saber: que la energía producida por la máquina sea proporcional siempre al consumo estipulado ó fijado para los aparatos que funcionen, sean estos pocos ó muchos, de tal modo, que la producción esté siempre en proporción con la demanda.

Esta condición, creemos que se podría expresar más concisa y claramente diciendo que el rendimiento eléctrico sea sensiblemente constante cualquiera que sea el número de aparatos en actividad.

Pues supongamos que tomamos la dinamo de doble excitación, inventada por Mr. Deprez para diferencia de potenciales constante:

máquina de que hablamos en la página 252, y que es serie-dinamo con excitación independiente.

Supongamos que esta máquina alimenta en derivación un número N de aparatos iguales, y que la resistencia del *conjunto* de los N aparatos es R: que la intensidad de la corriente es I, y la resistencia interior de la máquina es r.

Tendremos

$$\left.\begin{array}{l}\text{Potencia de la máquina } (R+r)\ I^2 \text{ watts.}\\ \text{Potencia utilizada } R\ I^2\end{array}\right\} \text{Rendimiento} = \frac{R}{R+r}$$

Quitemos la mitad de los aparatos del circuíto. La resistencia ofrecida por los $\frac{N}{2}$ aparatos que funcionan (supuestos iguales), será $2\ R$ *; y, como la diferencia e de potenciales no cambia, y la resistencia ha doblado, la corriente total, que ahora alimenta los $\frac{N}{2}$ aparatos, será la mitad que antes: será $\frac{I}{2}$.

Tendremos, pues:

$$\left.\begin{array}{l}\text{Potencia total de la máquina} = (2\ R+r)\left(\frac{I}{2}\right)^2\\ \text{Potencia utilizada} = (2\ R)\left(\frac{I}{2}\right)^2\end{array}\right\} \text{Rendimiento} = \frac{2\ R}{2\ R+r} = \frac{R}{R+\frac{r}{2}}$$

---

* Cuando la corriente se reparte entre varios hilos, de resistencias m, n, p, ... puestos en derivación, la resistencia del conjunto de esos hilos es

$$\frac{1}{\frac{1}{m}+\frac{1}{n}+\frac{1}{p}.....}.$$

Esta cantidad es siempre menor que m, y que n, y que p..... Si $m=n=p$, esa cantidad vale $\frac{m}{3}$ (Leyes de Kirchoff).

Vemos que, habiendo doblado la resistencia exterior, apenas ha aumentado algo el rendimiento eléctrico. Es claro que bajo el punto de vista que estudiamos ahora, tanto más nos acercamos á la perfección cuanto más pequeña sea r, y lo mismo bajo el punto de vista del rendimiento eléctrico. Hay que advertir que, aun cuando se tuviera una máquina absolutamente desprovista de resistencia interior, en la cual $r=0$, tampoco podríamos decir que el rendimiento eléctrico era la unidad: porque teniendo la dinamo regulatriz de Mr. Deprez un campo magnético, formado por una corriente extraña, habría que contar la energía eléctrica gastada en la excitación, aun cuando no salga esta energía de la dinamo-auto-regulatriz. Inútil es agregar, por otra parte, que la hipótesis $r=0$ no puede realizarse jamás, porque todos los conductores tienen resistencia eléctrica.

Vamos á exponer la teoría algebráica de la auto-regulación, sistema de Mr. Deprez, que es el único exacto. Después indicaremos el de Brusch, inspirado evidentemente en el anterior, y el cual, aunque no exacto, es suficientemente aproximado para las necesidades de la aplicación, y tiene la ventaja práctica de no exigir la excitación independiente, ni, por tanto, un generador especial de electricidad.

141. Dinamos auto-regulatrices para diferencia de potencial constante. Sistema-Deprez.

El sistema auto-regulador de Mr. Deprez para potencial constante fué explicado en la página 252, valiéndonos de las mismas consideraciones geométricas de Mr. Deprez. Vamos ahora á dar la demostración algebráica.

El lector recordará que este sistema consiste en una serie-dinamo, cuyos electros, á más de estar excitados por el hilo que conduce la corriente al circuíto exterior (como en toda serie-dinamo), lo están por otro hilo alimentado por una corriente extraña, que nada tiene que ver con la de la máquina. Este sistema de auto-regulación supone, lo mismo que el de Brush, que la dinamo funciona siempre dentro de las condiciones que se refieren á la parte sensiblemente recta de la característica, esto es, antes de la saturación de los electros.

Cuando la máquina funcione, su campo magnético estará forma-

do por la suma de dos campos: el uno, que se llama *campo inicial*, es constante, porque depende de la corriente extraña, la cual lo es; y así, aun cuando se rompa el circuíto exterior de la dinamo, (R=∞), el campo inicial seguirá con su valor fijo: el otro campo magnético es variable, y corresponde á la imanación que produce la corriente de la dinamo: este campo varía con R, resistencia exterior, al paso que el primero es independiente de R. Representemos por

E la fuerza electromotriz de nuestra dinamo;

R la resistencia exterior, á la cual corresponde el valor E;

I la intensidad de la corriente producida por la dinamo;

C la intensidad del campo magnético total de la dinamo;

C_i la intensidad del campo inicial ó constante, debido á

i, intensidad constante de la corriente excitadora extraña;

C_s la intensidad del campo magnético variable, debido á la corriente I;

r la resistencia del hilo inducido;

r' la resistencia del hilo inductor del circuíto de la dinamo;

e la diferencia de potenciales entre los polos de la dinamo, la cual nos proponemos que permanezca constante, á pesar de todas las variaciones de la resistencia exterior R;

L_i la longitud del hilo inductor, por donde circula la corriente extraña y constante i; y

L_s la longitud del hilo inductor, por donde circula la corriente variable I.

Las demás letras representan lo de siempre.

La expresión de la fuerza electromotriz será

$$E=K\,C\,L\,V;$$

y como se tiene

$$C=C_i+C_s,$$

resultará

$$E=K\,L\,V\,(C_i+C_s)\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\quad (a)$$

Por otra parte se tiene, según vimos (pág. 38).

$$C_i = m\, L_i\, i$$

$$C_s = m\, L_s\, I$$

Luego,

$$E = K\, L\, V\, m\, L_i\, i + K\, L\, V\, m\, L_s\, I \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (b)$$

La fórmula de Ohm dará

$$E = (R + r + r')\, I$$

Eliminando E entre las dos últimas, resulta:

$$(R + r + r')\, I = K\, L\, V\, m\, L_i\, i + K\, L\, V\, m\, L_s\, I:$$

de donde

$$I = \frac{K\, L\, V\, m\, L_i\, i}{R + r + r' - K\, L\, V\, m\, L_s} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (c)$$

La diferencia e de potenciales entre los polos de la dinamo será evidentemente,

$$e = RI.$$

Poniendo por I su valor (c), tendremos:

$$e = \frac{K\, L\, V\, m\, L_i\, i}{1 + \dfrac{r + r' - K\, L\, V\, m\, L_s}{R}} \ldots\ldots\ldots \quad (d)$$

Para que e permanezca constante, valga lo que valga R, se necesita que se cumpla esta condición:

$$r + r' - K\, L\, V\, m\, L_s = o \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (e)$$

Y, cumpliéndola, el potencial e de los polos de la dinamo será constante y valdrá

$$e = K L V m L_i i \text{ volts} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (f)$$

En cuanto á ese valor, vemos que depende de $L_i \times i$, esto es, de la intensidad que tenga la corriente extraña y de la longitud L_i del hilo inductor por ésta alimentado. Lo mismo da decir $L_i \times i$ que decir $N \times i$, siendo N el número de vueltas del hilo sobre el alma del electro. *Lejos de la saturación*, la imanación, ó el campo, es proporcional á $L_i \times i$, (ó á $N \times i$, porque $L_i = Nl$, siendo l el largo de una vuelta). Cuando se emplea el producto $L_i \times i$, producto de *metros* por *amperes*, se llama de *amper-metros:* el producto $N \times i$ se llama de *amper-vueltas*. La imanación de un electro-imán, de *alma dada*, depende sólo del número de *amper-metros* ó del número de *amper-vueltas* que tenga.

Así es muy común oir en los talleres: «la máquina tal tiene tantos *amper-vueltas*». Estos neologismos son cortos, claros y expresivos.

La ecuación de condición (e) sirve para determinar la velocidad V que hemos de dar á la máquina, para que e sea constante siempre. Dicha ecuación dará lo que llamamos la *velocidad crítica* en la página 255.

$$\textit{Velocidad crítica} = \mathrm{V} = \frac{r + r'}{K L m L_s}.$$

Vemos que para que nuestra dinamo sea auto-regulatriz hemos de dar á V una velocidad tanto más grande cuanto menor valor tenga L_s.

Para tener el definitivo valor de e, hemos de poner en la fórmula (f) en vez de la letra V la velocidad crítica que acabamos de determinar, puesto que solamente á esa velocidad de marcha será e constante. Así tendremos:

$$e = (r + r')\, i \times \frac{L_i}{L_s} \text{ volts} \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (g)$$

Si queremos interpretar estos resultados, volvamos á la ecuación (f), y dejemos subsistir en ella la letra V, velocidad de marcha, no olvidando, sin embargo, que no es arbitraria, que es la velocidad crítica. Reemplacemos en (f) la expresión $mL_i i$ por su otra notación C_i, la fórmula (f) dirá:

$$e = KLVC_i$$

Vemos, pues, que la diferencia de potenciales e, constante, que obtendremos en los polos de la dinamo, no es otra cosa que una fracción de la fuerza electromotriz total: fracción que es precisamente toda la fuerza electromotriz engendrada por el campo magnético adicional.

En cuanto á la otra fracción de la total fuerza electromotriz, para ver qué destino ha tomado, ó en qué se emplea, no hay más que retroceder á la ecuación (e). Multiplicando ambos miembros de ella por I, resulta:

$$(r + r')\, I = KLVmL_s I,$$

Y como $mL_s I$ no es otra cosa que C_s, tendremos

$$KLVC_s = (r + r')\, I.$$

Esta ecuación nos explica en qué se emplea $KLVC_s$, que es la fuerza electromotriz engendrada por la corriente I ó por C_s: se emplea toda, ó se pierde, convirtiéndose en calor en los hilos inductor é inducido: en efecto, $(r + r')\, I$ es el potencial perdido en un hilo de resistencia $(r + r')$ y recorrido por una corriente I, según lo manifiesta la misma fórmula de Ohm.

Es inútil tratar de todos los demás procedimientos ó sistemas propuestos para conseguir la auto-regulación á potencial constante, porque, aunque racionales y posibles, no tienen condiciones prácticas: ni se han usado, ni se usarán. El que sí se emplea es el siguiente.

142. Sistema Brush para la auto-regulación á potencial constante. Rendimiento en estas máquinas.

Consiste en sustituir al hilo inductor, que en el caso anterior se alimentaba por una corriente extraña, un hilo inductor fino y largo, por tanto de gran resistencia, cuyos extremos van á comunicar con las escobillas de la dinamo: este hilo se alimenta, pues, por una corriente, derivada de la máquina misma, y no necesita generador extraño de electricidad. Su analogía con el sistema de Mr. Deprez no puede ser más evidente. La teoría es enteramente análoga y conduce á parecidas conclusiones.

Representemos por

r_a la resistencia del hilo inducido ó del anillo.

I_a la intensidad de la corriente total que produce la dinamo, ó sea la que sale del inducido por la escobilla positiva y entra en él por la negativa.

I_d la corriente derivada que alimenta el hilo inductor, montado en derivación sobre las escobillas, y que se llama simplemente *hilo en derivación*, el cual ha de ser, como veremos, largo y fino.

r_d la resistencia del hilo en derivación.

I la intensidad de la corriente que excita los electros pasando por el *hilo en serie* de estos, y circula por el circuíto exterior.

r_s la resistencia del *hilo en serie*, que también es inductor.

R la resistencia del circuíto exterior ó útil.

Hallemos la expresión del rendimiento eléctrico.

La potencia eléctrica total, T_t de esta dinamo, será evidentemente la suma de todas las energías consumidas por segundo en cada uno de los hilos del circuíto complejo. Así tendremos:

$$T_t = RI^2 + r_s I^2 + r_a I^2{}_a + r_d I^2{}_d.$$

El trabajo útil por segundo será

$$T_u = R\,I^2.$$

Luego el rendimiento será

$$\textit{Rendimiento} = \frac{T_u}{T_t} = \frac{R\,I^2}{RI^2 + r_s I^2 + r_a I^2{}_a + r_d I^2{}_d};$$

ó bien

$$\textit{Rendimiento eléctrico} = \frac{1}{1 + \frac{r_s}{R} + \frac{r_a}{R}\left(\frac{I_a}{I}\right)^2 + \frac{r_d}{R}\left(\frac{I_d}{I}\right)^2} \quad \ldots \ldots \ (a)$$

Aplicando los teoremas de Kirchoff, como ya lo hemos hecho en otro lugar, encontraremos los valores de I_d y de I_a en función de I, los cuales pueden sustituirse en vez de I_d y de I_a en la expresión del rendimiento. Así tendremos:

$$I_d = \frac{R + r_s}{r_d} \times I,$$

$$I_a = \frac{R + r_s + r_d}{r_d} \times I.$$

De donde

$$\frac{I_d}{I} = \frac{R + r_s}{r_d},$$

$$\frac{I_a}{I} = \frac{R + r_s + r_d}{r_d}.$$

De este modo en la expresión del rendimiento no entrarán más que las resistencias.

Hechas las sustituciones, y estudiada la expresión resultante, se verá la conveniencia de tomar altísimos números para r_d *, grandes

---

* Aunque á primera vista parezca que el último término del denominador del quebrado (a), que expresa el valor del rendimiento, es proporcional á r_d, y por tanto parece que conviene dar á r_d un valor pequeño, no es así: al contrario, dicho término es inversamente proporcional á r_d, como lo verá fácilmente el lector haciendo las sustituciones indicadas. Así, para obtener un buen rendimiento es preciso dar á r_d un valor muy grande.

para R, y pequeños para r_a y r_s, dentro de las condiciones posibles y de las demás exigencias, de no calentar la máquina, de determinada fuerza electromotriz, etc.

Lo corriente es dar desde luego á r_d un valor de 300 á 500 y aun á 1000 veces la resistencia r_a del hilo inducido: esta última viene obligada, como se deduce de la teoría general expuesta en el capítulo 2.°, pág. 181. En efecto, la fuerza electromotriz que se desea obtener determinará la longitud L del hilo inducido, y la condición del calentamiento determina la sección s de este hilo: con lo cual queda ya determinado r_a, resistencia del hilo inducido.

143. Dinamos auto-regulatrices para intensidad constante.

Estas máquinas están destinadas á alimentar los aparatos de consumo dispuestos uno tras otro en la misma línea ó circuíto: se trata de construirlas de manera que la intensidad de la corriente en el circuíto exterior sea constante, á pesar de las variaciones de la resistencia exterior R, variaciones que provendrán de la variación del número de aparatos que en un momento dado se encuentran en actividad, esto es, dentro del circuíto. Este sistema presenta ventajas económicas de instalación; pero exige altísimos potenciales, ya que estando los aparatos en serie, ó sea *en cascada*, cada uno absorbe una parte del potencial de la máquina: este ha de ser, pues, la suma de todos los de los aparatos. El mal de éste sistema de distribución está en la dependencia estrecha que hay entre todos los aparatos: roto el circuíto por causa de la rotura ó de un accidente en un aparato, quedan todos sin funcionar. Claro es que hay sistemas, procedimientos, y mecanismos para evitar ese accidente general de la línea; pero todos los remedios arrastran forzosamente nuevas complicaciones, las cuales son por sí mismas un mal, sin perjuicio de poder sufrir ellas un accidente.

Por otra parte, este sistema de distribución difícilmente se aplicará en grandísimas proporciones. Cierto que se ve en varias partes una dinamo, alimentando en serie hasta 50 arcos voltáicos; pero es lo general que todos funcionen siempre juntos, y entonces está demás la auto-regulación, porque R no varía.

Y aun hemos puesto un caso extremo; porque lo que más abunda es pequeñas máquinas que alimentan de 5 arcos á 20. En el primer caso extremo, la máquina ha de tener un potencial útil entre sus polos de $50 \times 50 = 2500$ volts, á 50 volts por arco. Cuando se usan máquinas pequeñas, cada una sirve su circuíto: las lámparas ó arcos voltáicos pueden ir de tal manera entrelazados que se observe, por ejemplo, que se apagan la mitad de las luces, y continúa la otra mitad, sin resentirse en nada del cambio, pareciendo que han sido alimentadas por dinamos auto-regulatrices. No hay nada de eso, sin embargo: es que se han parado la mitad de las dinamos y con ellas cesó la luz de los arcos que alimentaban: los que continúan brillando son de otros circuítos: ¿cómo han de resentirse? Todo esto demuestra la poca importancia que tiene la distribución en serie, y por tanto las dinamos auto-regulatrices de intensidad constante. Por esta razón no haremos más que algunas indicaciones sobre los dos sistemas empleados, debido el primero á Mr. Deprez, y el segundo á Brush.

El sistema-Deprez consiste en tomar una shunt-dinamo, y ponerle á los electros una excitación independiente.

El sistema de Mr. Deprez para intensidad constante tiene su teoría enteramente semejante á la que dejamos expuesta para potencial constante: el lector mismo puede poner las ecuaciones de antes; y, en vez de establecer la ecuación de condición para que e sea constante, deberá luego hallar el valor I, y establecer la condición algebráica para que la expresión de I sea constante, á pesar de las variaciones de R. Esta ecuación de condición le permitirá conocer el valor de la velocidad crítica: valor que sustituído en el general de I, le dará el valor de la corriente que será siempre constante.

El sistema Brush, para intensidad constante es el mismo explicado para potencial constante: los electros están excitados por dos hilos, uno en derivación y otro en serie: pero así como, en el sistema de potencial constante, el hilo derivado daba el campo inicial sensiblemente constante, y el hilo en serie daba el campo variable, ahora es al revés: como la corriente útil es ahora la constante, y ésta es la

que recorre el hilo en serie, resulta que el hilo en serie es el que produce el campo constante, y el derivado produce el variable.

Concluiremos esta Memoria poniendo todos los nombres con que suelen designarse las máquinas auto-regulatrices Brush.

Dinamos-compound (compensadas).
Dinamos de doble excitación.
Dinamos de doble devanado.
Dinamos excitadas en derivación y en serie.
Dinamos auto-regulatrices.

APÉNDICE PRIMERO

á las páginas 65 y 66 sobre la self-inducción.

Escrita la presente Memoria, recibimos el nuevo libro publicado por Mr. Schoentjes, Director y Profesor de la Escuela Industrial de Gante*, libro que lleva por título *L'Électricité et ses applications* *.

En esta obra se persiste en explicar la self-inducción de un modo que no, por ser antiguo ya y repetido, deja de ser inexacto y de conducir directamente á consecuencias erróneas, en contradicción con las ideas expuestas sobre este punto en el párrafo 26 de la presente Memoria. Esto último nos mueve á volver sobre el asunto.

Oigamos á Mr. Schoentjes.

«Une partie d'un circuit électrique n'agit pas seulement sur les fils »conducteurs voisins, mais elle fait naître des courants d'induction dans »les parties voisines du même circuit. Ce phénomène est nommé par les an»glais self-induction.

»Soit une bobine placée sur le circuit d'une pile, et supposons qu'on »lance brusquement un courant dans le fil. Quoique la vitesse de l'électri»cité soit énorme, la propagation n'est pas instantanée, et le courant pas»sera dans la spire *a* avant d'arriver à la spire *b*, et ainsi de suite; la spire *a*

* Editor, G. Masson: París, año 1886.

»étant traversée par un courant naissant, produira au même moment un »courant induit inverse dans les spires *b*, *c*.....; il en resulte que'au mo- »ment où le courant commence, il se produit dans la bobine même un »courant induit inverse qui affaiblit le courant principal.

»Pour un motif analogue, lorsque on ouvre le circuit, le courant ne »cesse pas de circuler dans toutes les spires à la fois: un autre courant se »produit dans le sens même du courant principal, de sorte qu'au moment »de l'ouverture, celui-ci se trouve renforcé notablement. Ces courants qui »se produisent au moment de l'ouverture et de la fermeture du circuit »s'appellent extra-courants. Puisque l'extra-courant provient des reactions »électriques des diverses parties du fil sur les parties voisines, il est nul ou »négligeable quand le fil est rectiligne».

¡Extraña explicación! y más extraño todavía el que buenos autores se la vayan legando unos á otros, dándole un carácter de clásica, no por lo buena, sino por lo antigua.

Supongamos que el carrete á que se refiere Mr. Schoentjes tiene 1 kilómetro de hilo devanado. Al lanzar en él una corriente (cerrar el circuíto), lo que nos dice la experiencia no es que la electricidad, á manera de ola eléctrica, va recorriendo SUCESIVAMENTE una tras otra las diversas espirales ó vueltas del carrete; sino que en $\frac{1}{300.000}$ de segundo se ha apoderado de todo el hilo, si bien con intensidad tan pequeña que es despreciable. Según la explicación arriba consignada y que impugnamos, la inducción habría terminado en $\frac{1}{300.000}$ de segundo. Pues bien: la experiencia dice que entonces es cuando realmente empieza la self-inducción. ¿Ni cómo ha de empezar antes, si la inductora no tenía valor sensible ni apreciable? Pasado este tiempo de $\frac{1}{300.000}$ de segundo, empieza la self-inducción, la cual dura un tiempo *muy apreciable*, y más apreciable aún si el carrete tiene hierro dentro.

Más todavía: supongamos que, al cerrar el circuíto del carrete, la corriente apareciese *instantáneamente* y á la vez en todos los puntos del hilo, si bien con una intensidad infinitamente pequeña: supongamos que creciese *á la vez y por igual* en todos los puntos del hilo hasta llegar la intensidad á tener el valor final ó del régimen permanente. Con estas hipótesis ya no cabe la SUCESIÓN que impugnamos. Pues bien: con estas hipótesis se pro-

duciría la self-inducción exactamente lo mismo que se produce en la realidad. Se dirá acaso que estas hipótesis nuestras no son realizables: pues lo son. ¿Por ventura no las realizamos cuando acercamos un hilo recto y neutro á otro hilo por donde circula una corriente, y que siempre sea paralelo al primero? ¿En dónde está aquí la ola eléctrica, ó aquella SUCESIÓN, base de Mr. Schoentjes para explicar la self-inducción?

¿Pero qué más? ¿Acaso no es lo mismo la inducción por una corriente que la producida en un circuito que se mueve en un campo magnético uniforme? La explicación, á todas luces errónea, de Mr. Schoentjes demuestra bien claramente la conveniencia de reducir todos los fenómenos de inducción á uno solo, como hemos hecho en esta Memoria.

Cuando se ponen simultáneamente los dos extremos de un hilo de 100 leguas de largo, por ejemplo, en contacto con los dos polos de una pila, el equilibrio eléctrico del hilo se rompe lo mismo del lado del polo positivo, que en el extremo que comunica con el polo negativo, porque en ambos extremos del hilo existe la misma causa: la diferencia de potenciales. Pero por la misma naturaleza de la propagación del movimiento eléctrico, y porque no puede establecerse la corriente definitiva en el hilo sin que la pila haga un trabajo calorífico y magnético (lo segundo es la creación del campo magnético), sucede que *nadie* puede asignar el momento preciso en que se manifiesta en el punto medio del hilo el primer síntoma infinitamente pequeño de que llegó allí la perturbación eléctrica. De aquí nace la casi imposibilidad de medir lo que realmente pudiera llamarse velocidad de la electricidad. Sin embargo, los experimentos hechos han dado de 300.000 á 400.000 kilómetros por segundo *.

Dada esta velocidad enorme, podemos decir, tratándose de nuestros ordinarios hilos y circuítos rectilíneos y aéreos, que, cuando se cierra el circuíto, la corriente aparece *casi instantánea y simultáneamente* en todos los puntos del hilo, si bien con una intensidad *infinitamente pequeña;* que la intensidad va creciendo por la ley de continuidad hasta llegar á la definitiva ó del régimen permanente, *pero creciendo simultáneamente en todos los pun-*

---

* En la explicación de la self-inducción, que impugnamos, se confunden y se toman por iguales dos cosas tan distintas como son estas: tiempo que tarda la electricidad en propagarse por el hilo del carrete, y tiempo que tarda la corriente en alcanzar la intensidad definitiva ó de régimen permanente, en dicho hilo.

tos del hilo, en lo cual tarda un tiempo *muy apreciable;* que este tiempo crecerá mucho si el hilo, en vez de ser rectilíneo como antes, lo arrollamos en un carrete; y que todavía crecerá más ese tiempo, si dentro del carrete ponemos hierro.

Ahora bien: ¿qué papel juega la *velocidad enorme de la electricidad* en ese tiempo que CRECE SIN CAMBIAR EL HILO, según que está recto, devanado en carrete, ó con hierro dentro? Absolutamente ninguno: ó, para ser rigorosos, ninguno capaz de apreciarse ni de producir cambios en los fenómenos. Nadie habrá que sostenga que la electricidad, ó *la propagación del movimiento eléctrico*, se haga con mucha velocidad, *enorme*, ó con poca, *según la forma* que se dé al hilo. Lo que sí variará es el tiempo del período variable, lo cual es muy distinto.

En resumen: ni esa propagación *sucesiva* es cierta, ni aun cuando lo fuera, serviría de nada para explicar ningún fenómeno ni de inducción ni de self-inducción. Así no es extraño que Mr. Schoentjes llegue al final de su explicación á deducir que «en un hilo rectilíneo no hay self-inducción, *porque no tiene partes próximas unas á otras*». Si esta deducción fuese cierta, resultaría QUE LA ENERGÍA POTENCIAL, que exige ó que presupone la creación del campo magnético al rededor del *hilo rectilíneo*, HABÍA SURGIDO DE LA NADA, y la extra-corriente de ruptura habría salido de la nada. Basta esto sólo para demostrar lo errónea que es esa deducción.

Precisamente para contrarrestar estas ideas, tan vulgarizadas desgraciadamente, hemos reducido en esta Memoria toda clase de fenómenos de inducción, por imanes y por corrientes, y la self-inducción, á un solo fenómeno fundamental. Para ello, y sin penetrar, ni intentarlo siquiera, en el oscuro misterio de esta transformación de la energía que se llama inducción, nos hemos valido, como representación y como medio de lenguaje, de las líneas de fuerza. Todos los fenómenos de inducción y los de self-inducción, en hilo rectilíneo ó no, los hemos derivado de este solo fenómeno.

«Cuando una masa conductora se *mueve* cortando á las líneas de fuerza, *ó éstas se mueven* cortando aquélla, se produce en la masa una fuerza electromotriz perpendicular á la vez á las líneas de fuerza y á la dirección del movimiento: en cuanto al sentido de la fuerza electromotriz, es el que determina la regla de la página 61.

Así hemos explicado la inducción de un conductor que se mueve en un campo magnético formado por imanes ó electro-imanes.

Así, la inducción de un circuito eléctrico sobre otro neutro, ya sea que

haya movimiento relativo, ó cambio de forma, ó variación en la intensidad de la corriente inductora.

Así hemos explicado la self-inducción en un hilo *rectilíneo*.

Y así también la self-inducción en el caso de haber partes próximas unas á otras, del mismo circuíto: self-inducción que es naturalmente más potente que en el caso del hilo rectilíneo, precisamente porque hay la misma anterior, y además otra.

Terminaremos este apéndice diciendo algo de los dos últimos casos, sobre lo ya dicho en otro lugar.

Hilo rectilíneo. Consideremos un hilo *vertical*, representado en la figura 13 por su sección horizontal, que es el círculo rayado *a*. Por este hilo *rectilíneo* vamos á lanzar una corriente *ascendente*, por ejemplo.

En el momento de cerrarse el circuíto empieza á formarse el *campo magnético* á su alrededor, y podemos agregar que empieza *simultáneamente* en toda la longitud del hilo (dada la velocidad inmensa con que se propaga el movimiento eléctrico ó corriente), y que va creciendo *simultáneamente* su intensidad y *agrandándose* su esfera de acción. La creación del campo dura un tiempo *apreciable, que es el mismo* del período variable de la corriente *. Las líneas de fuerza son circulares.

Pues bien: todo esto, que la experiencia acredita, equivale, dado el concepto de las líneas de fuerza, á suponer: que del eje matemático del hilo van sucesivamente emergiendo, durante todo el tiempo del período variable, esas líneas circulares de fuerza; que el radio de esas líneas va creciendo; que las líneas van *marchando;* que, antes de salir al aire, han cortado necesariamente á la masa conductora que constituye el hilo; que estamos por tanto en un *caso particular del fenómeno fundamental de la inducción;* que, en consecuencia de esto, nacerá en el hilo una corriente inducida, perpendicular á la vez á los círculos ó líneas de fuerza y á la dirección del movimiento de dichas líneas, dirección que es en cada punto la del radio que por este pasa; que la corriente inducida irá, pues, á lo largo del hilo; y que si, atendiendo al sentido del movimiento de las líneas de fuerza, que es en este caso el de huir del eje del hilo, se aplica la regla de la página 61, veremos que esa corriente será *descendente*, y por tanto opuesta á la corriente induc-

---

* ¿Qué tiene que ver este tiempo *apreciable* y VARIABLE EN UN MISMO HILO, con el tiempo *inapreciable* y *constante* que correspondería á la velocidad de propagación de 300 á 400.000 kilómetros por segundo? Absolutamente nada.

tora ó primaria que la engendra, á la cual disminuye en cada instante en todo lo que aquella vale *.

Tal es la extra-corriente de cerradura en el hilo *rectilíneo*. La razón de su existencia está en la formación del campo magnético. El trabajo que hace la pila durante el período variable, se compone de dos sumandos: uno se emplea en calentar el circuíto: *el otro queda en el estado de energía potencial en el campo magnético*, en el éter: tal es la causa de la auto-inducción en un hilo *rectilíneo:* negar esta auto-inducción, como hace Mr. Schoentjes, es negar que la creación de un campo magnético exige un trabajo.

Cuando se rompe el circuíto, el campo magnético del hilo rectilíneo se replega sobre éste: las líneas circulares de fuerza van disminuyendo de radio para morir, reducidas á un punto, en el eje matemático del hilo: allí, por mecanismo tan invisible como el anterior y tan misterioso como éste, se transforma la energía potencial del campo magnético en energía actual bajo la forma eléctrica, constituyendo entonces la extra-corriente de ruptura.

Inútil es aplicar aquí á este caso el fenómeno fundamental de la inducción y la regla de la página 61; porque con lo dicho en el caso anterior lo hará el lector por sí mismo.

Así, pues: no solamente se demuestra con la sola ley de la conservación de la energía, que hay self-inducción en el hilo rectilíneo, sino que con auxilio de las líneas de fuerza se ve que es un caso particular de la inducción, aunque no se haya considerado así, ni tratado de este modo, antes de ahora.

---

* Es poco correcto el decir, tratándose de self-inducción, que la corriente inducida, opuesta á la inductora, le quita á ésta de su valor lo que aquella vale: en realidad no pueden coexistir en un hilo dos corrientes contrarias, cuya diferencia sea una corriente resultante. Lo que hay es que nace en el hilo una fuerza contra-electromotriz, que vale por ejemplo e en un determinado instante matemático: si en aquel instante la fuerza electromotriz inductora vale E, la corriente en el hilo valdrá, en dicho instante,

$$I = \frac{E - e}{R},$$

siendo R la resistencia total del circuíto. Ese modo incorrecto de hablar, consentido por el uso, puede pasar en el terreno algebráico, porque

$$\frac{E}{R} - \frac{e}{R} = \frac{E - e}{R}.$$

El mismo hilo arrollado en un carrete. En el caso anterior, las líneas circulares de fuerza cortaban cada una al hilo *una sola vez* al nacer, y *una sola vez* al replegarse ó morir. Pero si el hilo está devanado en un carrete, y sobre todo, si tiene muchas capas de vueltas unas sobre otras, sucederá:

1.° Que cada línea de fuerza, al nacer ó al morir, cortará al hilo en el sitio en que nace ó muere, como antes se explicó, y tendremos por este concepto la misma self-inducción que antes teníamos en el hilo rectilíneo.

2.° Pero además vamos á tener otra self-inducción muchísimo más potente que la anterior, y que se suma con ella. Cada línea de fuerza, cada círculo que emerge del hilo, después de cortar á éste, como quiera que se va agrandando más y más, va sucesivamente cortando á las demás vueltas del hilo. Bien se comprende que esta segunda self-inducción depende del diámetro y largo del carrete, y del número de capas de vueltas superpuestas, *aunque el hilo sea siempre el mismo.* De aquí que, cuando cambian esas cosas, cambia el coeficiente de self-inducción del hilo: coeficiente que por esta razón se llama *del* carrete, y no del hilo.

«La self-inducción en el hilo rectilíneo, dice Mr. Schoentjes, es nula ó despreciable» *.

Nula no lo es nunca: despreciable lo será cuando el hilo sea corto, y pequeña la intensidad de la corriente definitiva, ó de régimen permanente.

Por lo demás, fuera del pasaje citado, el libro de Mr. Schoentjes, merece elegios, como libro muy elemental, por ser muy claro, y muy abundante en fenómenos y detalles de interés.

---

* No comprendemos el escrúpulo del autor al poner esa disyuntiva: si cree en su explicación de la self-inducción, debía decir que esta era nula, en un hilo rectilíneo.

APÉNDICE SEGUNDO

al Capitulo 4.° del transporte de la fuerza.

Terminada esta Memoria, llegan á nuestras manos: el brillante informe de Mr. Lévy á la Academia de Ciencias, sobre el gran ensayo de Mr. Deprez para el trasporte de la fuerza entre Creil y París ó La Chapelle; la nota de Mr. Mascart á la misma Academia sobre un ensayo de transporte de fuerza hecho por Mr. Fontaine, en las mismas condiciones que el de Mr. Deprez respecto á distancia y fuerza transmitida, pero con mucho mejor rendimiento; y una nota de Mr. Deprez sobre el ensayo Fontaine.

Ante todo, hemos de decir que el temor, que en la página 263 manifestamos, ha sido justificado por los hechos. Mr. Deprez no ha tomado 200 caballos en Creil para entregar 100 en París: ha tomado 116 en el primer punto y ha entregado 52 en el segundo: el rendimiento, en el experimento más favorable, ha sido sí 45 por 100: no ha cumplido, pues, su proyecto y su programa, ni en estos puntos capitales ni en los otros más secundarios: naturalmente no ha llegado al potencial de 8000 volts, ni á la intensidad de corriente proyectada. Dice Mr. Lèvy en su informe que no se ha cumplido el programa, por razones puramente administrativas. No lo dudamos; pero, si se hubiera cumplido, se hubiera obtenido un resultado aun menos favorable. De todos modos nos hemos quedado sin ver cómo funcionaría la dinamo de Creil, absorbiendo 200 caballos y marchando á 8000 volts. ¡La fuerza electromotriz máxima á ¡que se funcionó en Creil fué á 6.290 volts.

Fácil nos es determinar los coeficientes de transformación, tales como los hemos definido en esta Memoria, que tienen las máquinas proyectadas y construídas por Mr. Deprez para ese gran ensayo. Estos coeficientes son los que hemos representado por δ y δ'.

Generatriz. Esta dinamo, situada en Creil, tiene excitación independiente. Según el informe de Mr. Lèvy, la potencia eléctrica de la generatriz es de 84 caballos. La de su excitatriz es de 10. Involucrando ambos números en uno, ó sea considerando ambas máquinas como una sola que llamamos generatriz, tendremos que su potencia eléctrica será 94 caballos: absorbe 116, luego

$$\delta = \frac{94}{116} = 0{,}81.$$

Receptriz. También es de excitación independiente. La corriente de la línea es, según el informe, de 10 amperes próximamente. La fuerza electromotriz de la receptriz es de 5.076 volts. Luego la potencia eléctrica de la receptriz será

$$\frac{5.076 \times 10}{75 \times 10} = 68 \text{ caballos.}$$

De estos 68 caballos se distraen 8 para mover la excitatriz. Resultaron utiles al freno 52 caballos; pero el resultado es que los 68 caballos eléctricos se transforman en $52+8=60$ caballos mecánicos. El coeficiente de transformación, será, pues,

$$\delta' = \frac{60}{68} = 0{,}88$$

El rendimiento industrial no podemos obtenerlo con la expresión

$$\delta\delta' k_e.$$

empleada en esta Memoria, porque se trata de dinamos con excitatrices separadas; pero como se utilizan 52 caballos en París, y se toman 116 en Creil, el rendimiento industrial es

$$\frac{52}{116} = 0{,}45.$$

Ensayo Fontaine. Mr. Fontaine ha compuesto su generatriz con 4 dinamos Gramme, de las que hoy se emplean corrientemente para pequeños transportes de fuerza, y las ha agrupado en serie. Cada dinamo de estas, marchando á 1288 vueltas por minuto, (20 metros de velocidad lineal en el extremo del radio medio del inducido) produce una fuerza electro-motriz de 1150 volts. Las cuatro, puestas en serie, darán 6200 volts, como la generatriz de Creil.

Mr. Fontaine compone su receptriz, con tres máquinas Gramme, idénticas á las anteriores, y también en serie. Puso una resistencia intermedie algo superior á la línea de Creil-París: puso 99,00 ohms: la de Mr. Deprez era de 97,45.

La generatriz de Mr. Fontaine absorbió 95,88 caballos.

La receptriz dió al freno 50,3.

$$\text{Rendimiento industrial} = \frac{50,3}{95,88} = 52,46 \text{ por ciento.}$$

Nota de M. Deprez. Este sabio académico no ha querido dejar pasar la nota de Mr. Mascart, relatando los resultados obtenidos por Mr. Fontaine, sin presentar otra con algunos comentarios. Acepta Mr. Deprez como buenos todos los resultados obtenidos por M. Fontaine: manifiesta que ha mucho tiempo hizo un proyecto de transporte de fuerza, que, de haberse realizado, hubiera dado los mismos resultados que el de Mr. Fontaine, con la ventaja de emplear máquinas más ligeras, porque, en vez de valerse de cuatro dinamos iguales, se hubiera valido de una sola máquina de cuatro anillos sobre el árbol.

A esto no hay nada que contestar: es evidente que puede hacerse con cuatro anillos solidarios lo que se hace con cuatro independientes, y que se hará con menos peso de dinamos.

Mr. Deprez manifiesta que él emplea en Creil-París la velocidad lineal de 7,5 por segundo en el anillo, cuando Mr. Fontaine emplea la exagerada velocidad de 20 metros: velocidad que, (aunque no lo dice claramente), no la considera como *industrial*, en lo cual parece que coincide con una poco terminante apreciación hecha por Mr. Lèvy sobre el mismo asunto, en el Informe á la Academia.

Finalmente, dice Mr. Deprez, que lo que ha hecho Mr. Fontaine es parecido á lo que haría un jefe de taller que quitase de este el motor de

vapor de 100 caballos, para sustituirlo con cuatro máquinas de vapor de 25, cuando todo el mundo sabe que es más ventajoso lo primero.

No está afortunado en este argumento Mr. Deprez, porque se le vuelve contra sus propias máquinas. En efecto, siendo cierto, como lo es, lo que afirma Mr. Deprez, si las cuatro máquinas de Mr. Gramme (las cuatro generatrices) salen victoriosas de la gran dinamo de Creil, en la comparación experimental, parece que quedaría demostrada la superioridad del tipo-Gramme sobre el tipo-Deprez.

¿Existe esa superioridad que parece demostrada por la experiencia? No puede afirmarse esto, así de un modo absoluto, porque las condiciones en que se han puesto á luchar ambas máquinas son distintas. Mr. Deprez en su última nota pudo indicar la razón del triunfo obtenido por las dinamos-Gramme, y no lo ha hecho.

La razón principal del mucho mayor rendimiento que ha obtenido Mr. Fontaine, está en que Gramme construye sus dinamos para funcionar á gran velocidad, y han funcionado á 20 metros, cuando la generatriz de Creil ha funcionado á 7,5 metros. En esta Memoria precisamente nos hemos esforzado en hacer patente que, cuanto mayor sea la velocidad á que se ajuste el cálculo de una dinamo, *más pequeña y más barata resultará esta, y mayor rendimiento dará*. Por esto las 7 dinamos Gramme, empleadas por Mr. Fontaine, valen 17.000 francos, cuando las dos de Creil-París costarán, en fabricación corriente, según dice Mr. Lèvy en el informe, 80.000 francos: por esto Mr. Fontaine obtiene un rendimiento del 52 por 100, y Mr. Deprez el 45.

Mr. Deprez, en el cálculo de esas máquinas, ha dado una importancia excesiva á marchar con poca velocidad: nos parece que si tuviera que rehacer su proyecto, ó para otro nuevo, él mismo aceptaría mayor velocidad que la de 7,5 metros.

Las dinamos-Gramme están muy estudiadas bajo todos los puntos de vista, mecánico, eléctrico, de baratura en la construcción, solidez, etc., y muy modificadas y mejoradas. La velocidad de 20 metros por segundo en el radio medio del inducido es grande; pero el hecho es que se puede funcionar regularmente si las máquinas son sólidas y perfectas de construcción y ajuste.

No negaremos que, cuanta mayor velocidad tenga una máquina dinamo-eléctrica, menor será la duración de algunos órganos, y más aumentará la posibilidad de accidentes y las reparaciones; pero no es cosa de sacrificar á

estos inconvenientes, ventajas de tanta importancia como las antes señaladas, tanto más, cuanto que cada día la construcción es más esmerada.

Dejando aparte esta cuestión de apreciación, consignaremos que Mr. Deprez, á pesar de todo, ha confirmado en Creil-París la reputación en que le tenemos como hombre de saber, de ingenio y de inventiva. Entre lo más notable que ha hecho en su ensayo de transporte de fuerza, se nota el medio de que se ha valido para hacer que la receptriz de La Chapelle (París) mueva su excitatriz, siendo así que la primera no puede trabajar, (porque no tiene campo magnético propio) sin que se mueva la excitatriz. Esta especie de círculo vicioso ha sido roto por Mr. Deprez. (Véase el Informe de Mr. Lèvy).

El informe de Mr. Lèvy es modelo en su género. En él vemos por primera vez que se da la debida importancia al volumen del campo magnético, cosa que merece tanta atención como su intensidad: no nos hemos equivocado, pues,cuando en esta Memoria llamábamos la atención sobre este punto y explorábamos este terreno que merece un estudio experimental largo y costoso, para asegurar mejor los cálculos de la dinamo, dándoles más precisión.

Los coeficientes de transformación de la generatriz y de la receptriz, que hemos llamado en esta Memoria δ y δ', son distintos de los que pone Mr. Lèvy en su Informe. Así es que nosotros calculamos para valor de δ (generatriz de Creil) el n.º 0,81 y y para δ' (0,88) como se ve en la página 302. Los números que obtiene Mr. Lèvy difieren de los nuestros porque él los aplica al *anillo solo*, ó *sea al inducido*, y nosotros á la dinamo entera, y además porque él separa el trabajo de excitación y nosotros no podemos ni debemos hacerlo: eso es bueno para las máquinas de Creil-París, porque son de excitación independiente; mas en la práctica este caso se verá rara vez: todas las máquinas de corrientes continuas son auto-excitatrices, y hoy ya se estiende esto hasta á las dinamos de corrientes alternativas.

Por esta razón nosotros, para hallar δ y δ', como no queremos juzgar de los anillos sino del aparato generador (generatriz y excitatriz), y del receptor (las dos dinamos, excitatriz y receptriz), buscamos el coeficiente para el receptor y para el generador.

Resultado de los ensayos de Mr. Deprez y de Mr. Fontaine. Nadie, hace ocho años, hubiera previsto el resultado. Hoy podemos asegurar que es cosa fácil transmitir 100 caballos á 56 kilómetros de distancia con un ren-

dimiento industrial de 50 por 100, y un capital en dinamos de 20.000 pesetas.

No es posible desconocer la importancia de este resultado práctico, con el cual se puede contar como mínimo. Las dinamos se perfeccionarán aun más, y abaratarán algo: las fuerzas electromotrices podrán elevarse, á favor de una materia aislante mejor que las empleadas: las líneas pueden y deben ir desnudas, como lo afirma Mr. Lèvy en su informe: es decir, que podemos aspirar á un rendimiento del 60 por 100, y á disminuir el capital de instalación.

Si relacionamos tan brillantes resultados con el problema, hoy en estudio, de la tracción eléctrica, no tendremos por descabellado el propósito ó el deseo de sustituir en líneas algo largas la electricidad al vapor, sobre todo donde pueda aprovecharse un salto de agua de importancia. Supongamos un salto de agua donde se aprovechen 100 caballos: no ponemos 200 como podríamos hacerlo, por no salirnos del resultado ya obtenido por Mr. Deprez y Mr. Fontaine. Pongamos una generatriz en el salto que absorba los 100 caballos: podremos servir desde ese punto una linea férrea con una locomotora eléctrica, que podrá correr con la potencia *mínima* de 50 caballos, 56 kilómetros á la derecha y 56 kilómetros á la izquierda de la estación central ó de la generatriz. La línea recorrida, será, pues, de 112 kilómetros. Decimos con la potencia mínima, porque claro es que tendrá más cuanto más cerca esté la locomotora de la generatriz.

No queremos enumerar las ventajas que ofrece la locomotora eléctrica: no tenemos ya espacio ni tiempo. Baste decir que, sin necesidad de la intervención del maquinista, la locomotora misma, por su misma índole, regula la velocidad de marcha: ella misma, al trabajar sobre pendiente ascendente, aumenta el esfuerzo de tracción en la misma proporción que aumenta la pendiente; y ella misma, en el descenso, disminuye el esfuerzo de tracción. ¿Y esto por qué? Porque en cuanto disminuye la velocidad de la locomotora eléctrica, ó sea de la receptriz, disminuye su fuerza contra-electromotriz E': luego aumenta la intensidad I de la corriente que vale

$$I = \frac{E - E'}{R};$$

luego aumenta el esfuerzo F'' que, como hemos demostrado en esta Memoria, es proporcional á I. Esto no quiere decir que no se deban dar al maqui-

nista todos los medios necesarios para que sea siempre dueño de la marcha de la máquina, porque lo uno no daña á lo otro. En la locomotora de vapor, la intervención continua del maquinista es necesaria en cada instante, según el perfil de la via se presenta. Un buen maquinista debe manejar el fuego, la presión en la caldera, la alimentación, la espansión variable, según los accidentes del perfil. No hay más regulador que él mismo. En la locomotora eléctrica hay dos reguladores, la máquina misma, y el conductor ó maquinista.

ÍNDICE.

PÁGINAS.

INTRODUCCIÓN.

Idea del nuevo sistema coordenado de unidades, llamado centímetro-gramo-segundo..... V

CAPÍTULO PRIMERO.

FUNDAMENTOS FÍSICOS DE LAS MÁQUINAS DINAMO-ELÉCTRICAS.

I.—*Definiciones preliminares*..... 1
II.—*Del campo magnético*..... 8
III.—*Acciones electro-dinámicas y electro-magnéticas*..... 41
IV.—*De la Inducción*..... 52

CAPÍTULO SEGUNDO.

TEORÍA DE LA SERIE DINAMO, APROPIADA Á LA CONSTRUCCIÓN.

I.—*Las cinco fórmulas fundamentales en que descansa la teoría de las máquinas dinamo-eléctricas*..... 91
II.—*Deducción de las principales fórmulas relativas al inducido*..... 97

III.—*Estudio de los cuatro coeficientes* C.,K.,d.,a.. 110
IV.—*Complemento de la teoría*..... 129
V.—*Del esqueleto y del inductor de la serie dinamo*.. 167
VI.—*De la construcción de la serie dinamo*..... 178
VII.—*Construcción de la dinamo, según el método de Kapp*..... 188

CAPÍTULO TERCERO.

La dinamo considerada como receptriz..... 209

CAPÍTULO CUARTO.

Transporte de la fuerza.

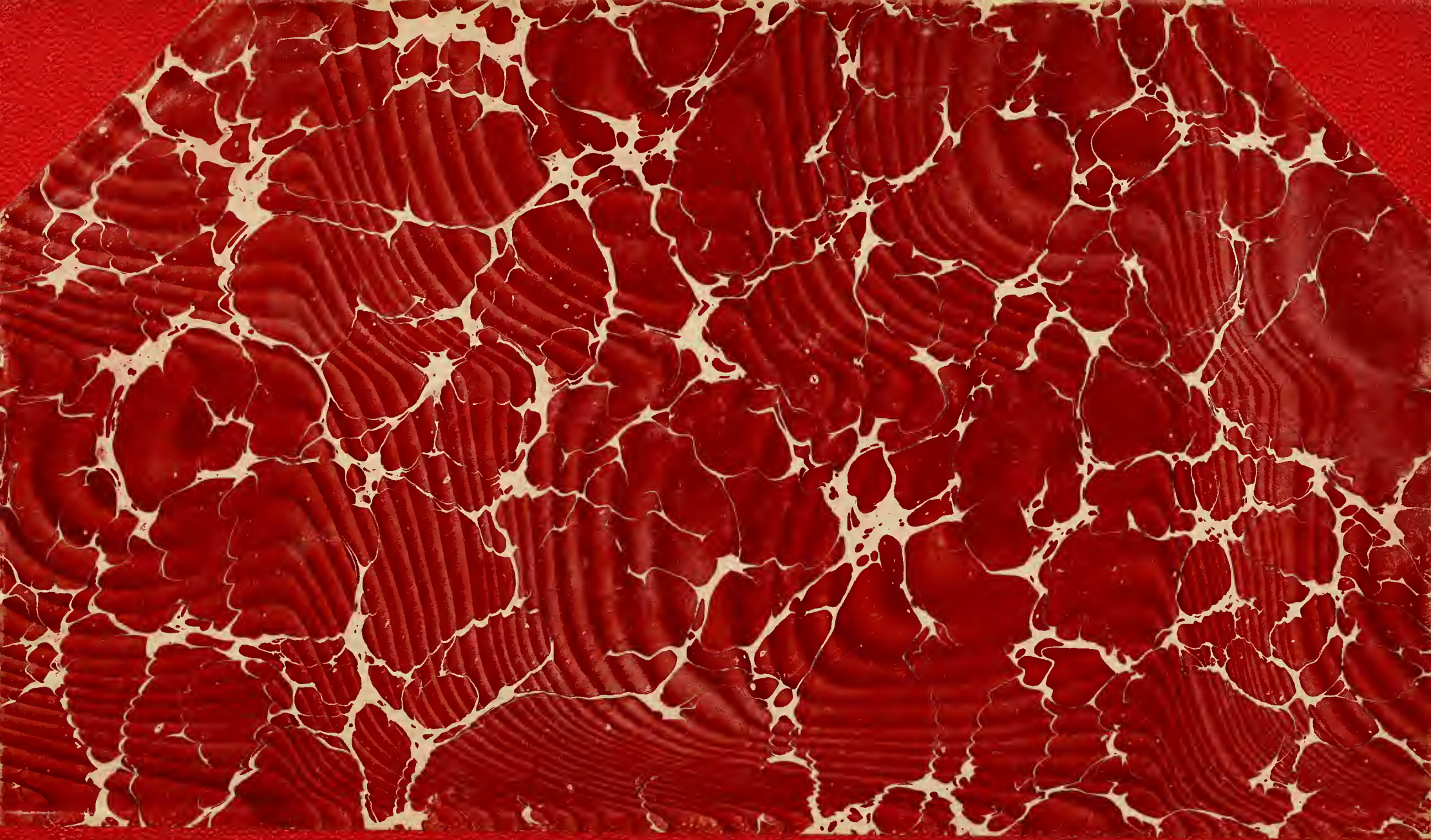
I.—*Teoría*..... 215
II.—*De las características*..... 244
III.—*El problema de la construcción en una transmisión de energía*..... 257

CAPÍTULO QUINTO.

Teoría y construcción de la shunt-dinamo..... 269

CAPÍTULO SEXTO.

Distribución de la energía eléctrica y dinamos auto-regulatrices..... 279

Apéndice primero.—*Sobre la self-inducción*..... 293
Apéndice segundo.—*Sobre el transporte de la fuerza*. 301

3 2044 093 250 645